

# Modelo para el análisis geométrico de Transmisiones Variables Continuas Toroidales

M. Iribecampos<sup>1</sup>, A. Arana<sup>2</sup>, J. Larrañaga<sup>2</sup>, I. Ulacia<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento Mecánica y producción Industrial, Mondragon Unibertsitatea, miribecampos@mondragon.edu

<sup>2</sup> Departamento Mecánica y producción Industrial, Mondragon Unibertsitatea,

---

*Las Transmisiones Variables Continuas son un tipo de transmisión mecánica que utilizan fuerzas de fricción para la transferencia de potencia entre dos ejes coaxiales. Este tipo de mecanismos permite adaptar la relación de transmisión continuamente para poder trabajar en la condición de máxima eficiencia de los sistemas, lo cual es una característica importante para reducir el consumo energético excesivo actual. La transmisión de par mediante las fuerzas de fricción resulta desafiante por las presiones de contacto como por los deslizamientos que ocurren, los cuales son causa de pérdidas de potencia.*

---

*En el presente trabajo se presenta un modelo de cálculo de eficiencia para este tipo de transmisiones y un análisis de cómo influye la geometría en el funcionamiento del mecanismo. Los resultados muestran que la conformidad del contacto influye en el funcionamiento del mecanismo.*

---

## 1. Introducción

Todos los mecanismos utilizan elementos de transmisión para transferir y adaptar la energía mecánica en función de las necesidades de los sistemas donde son utilizados. Las fuentes de energía mecánica más común son los motores, ya sean eléctricos o térmicos, los cuales producen energía en forma de movimiento rotativo. El elemento de transmisión por excelencia es el engranaje, el cual se utiliza para transmitir energía rotativa entre dos ejes paralelos con una relación de transmisión fija, definida por del número de dientes.

En contraposición, las transmisiones variables continuas (con siglas CVT en inglés) tienen la peculiaridad de adaptar la relación de transmisión continuamente dentro de un rango. Con esta capacidad, se puede trabajar en la condición de mayor eficiencia del sistema, y en consecuencia, a pesar de la reducida eficiencia del mecanismo en comparación de los engranajes, se puede reducir el consumo total de un vehículo en un 9,38 % mediante el uso de este tipo de transmisiones según Shabbir et al. [1].

El mecanismo considerado en este trabajo son las CVT tipo toroidales. Éste, es un tipo de transmisión que transfiere la energía mecánica mediante fuerzas de fricción. El mecanismo consiste en dos discos sobre dos ejes coaxiales (uno de entrada y otro de salida). La morfología de los discos crea una cavidad toroidal entre ambos componentes. En dicha cavidad se encuentra un número de rodillos, que son los responsables de transferir la energía mecánica desde el disco de entrada al de salida. La Figura 1 muestra una representación esquemática de los elementos principales de las CVT toroidales. Las cavidades toroidales se crean revolucionando los discos sobre el eje del disco identificado en la Figura. Asimismo, la cantidad de rodillos que se utiliza en este tipo de transmisión está unida con la capacidad de transferir energía. Cuantos más rodillos, más puntos de contacto, y como resultado, la capacidad de carga aumenta.

La relación de transmisión de este tipo de mecanismos se controla cambiando el ángulo de inclinación de los rodillos ( $\varphi$ ). El ángulo de inclinación de los rodillos cambia los radios de entrada y salida, los cuales definen la relación de transmisión. La ecuación 1 muestra cómo se define la relación de transmisión ideal para este tipo de mecanismo.

$$i_{ideal} = \frac{r_{in}}{r_{out}} \quad (1)$$

La fuerza de fricción está definida por la fuerza de normal y el coeficiente de fricción, es por eso que las fuerzas normales que se necesitan en el mecanismo son elevadas. Las fuerzas normales que actúan en la transmisión se muestran en la Figura 1b. A consecuencia de las fuerzas normales, las presiones de contacto que se encuentran en este tipo de mecanismos son elevadas. Diferentes trabajos de la literatura muestran que las presiones de contacto que pueden encontrarse en estas transmisiones pueden llegar hasta los 4 GPa de presión de Hertz [2] y las dimensiones de las áreas de contacto pueden ser también considerablemente grandes, según Machida et al. de hasta 4,28 mm de radio [3].

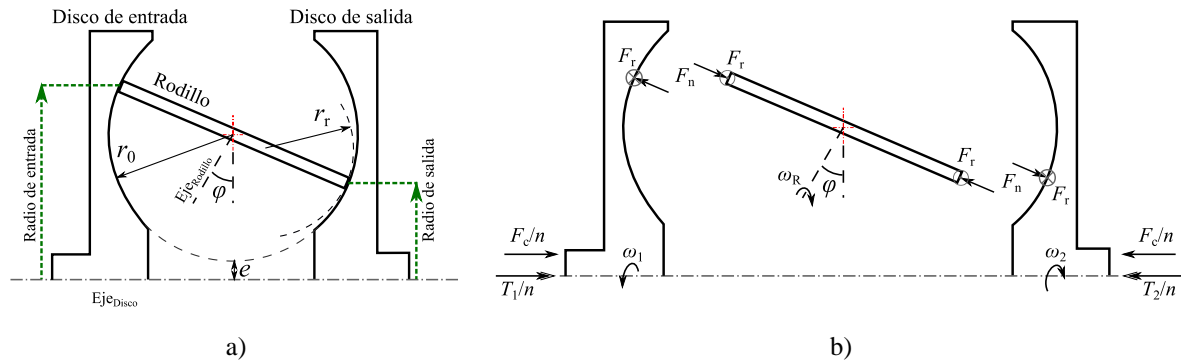


Figura 1: a) Esquema de una CVT tipo toroidal; b) Diagrama de sólido libre de una CVT tipo toroidal

Por otro lado, en contactos lubricados, el coeficiente de fricción varía en función del deslizamiento, las presiones de contacto, la velocidad de rodadura, las propiedades del lubricante utilizado y la temperatura de éste. La literatura muestra diversos análisis respecto a la fricción elastohidrodinámica (EHL) [4], [5]. La Figura 2a, muestra una curva de fricción donde el coeficiente varía en función al deslizamiento, como se puede observar una cantidad mínima de deslizamiento es necesaria para poder transmitir energía por medio de fuerzas de fricción, debido a que el coeficiente de fricción cuando no hay deslizamiento es nulo.

Debido al deslizamiento necesario para transmitir par mediante este tipo de mecanismo se diferencian dos relaciones de transmisión. La relación de transmisión ideal, el cual se ha definido previamente y equivale a la relación entre ambos radios. Y la relación de transmisión real, que es la relación entre las velocidades de entrada y salida de la CVT. Los dos valores se relacionan con el deslizamiento que ocurre en el mecanismo como se muestra en la ecuación 3. Siendo SRR el valor del deslizamiento relativo que relaciona las velocidades lineales de los discos y rodillos (ecuación 2). Se diferencian la SRR de entrada y salida debido a que los deslizamientos que se dan en cada punto no tienen por qué ser iguales.

$$SRR = \frac{2 \cdot (u_1 - u_2)}{u_1 + u_2} \quad (2)$$

Desarrollando las ecuaciones de la relación de transmisión ideal y la ecuación del deslizamiento relativo se consigue la siguiente relación entre relación de transmisión ideal y real.

$$i_{real} = \frac{\omega_{out}}{\omega_{in}} = i_{ideal} \cdot \left( \frac{2 - SRR_{in}}{2 + SRR_{in}} \right) \cdot \left( \frac{2 - SRR_{out}}{2 + SRR_{out}} \right) \quad (3)$$

Por otra parte, debido a la cinemática de los elementos de la CVT aparece el deslizamiento pivotante o *spin* en las superficies en contacto de las CVT toroidales. Se considera como deslizamiento de *spin* al deslizamiento rotativo respecto a la normal de la superficie de contacto (la Figura 2b muestra la condición de spin puro en una superficie elíptica). Existen diferentes trabajos que se centran en investigar la influencia que el spin tiene en las CVT así como en el coeficiente de fricción [6], [7]. El spin reduce la eficiencia de las transmisiones toroidales debido a que crea deslizamientos en las superficies de la transmisión. La revisión de la literatura muestra ciertos análisis para reducir el spin en este tipo de transmisiones [8]. Por otra parte, el spin reduce el coeficiente de fricción. En la curva de fricción la pendiente de la parte lineal se reduce (ver Figura 2a) [9], por lo que el coeficiente para una misma SRR es menor con spin. La mencionada reducción de la fricción se debe a fenómenos térmicos en el contacto [10] y a la reducción de la capa de lubricante en el punto de contacto [11].

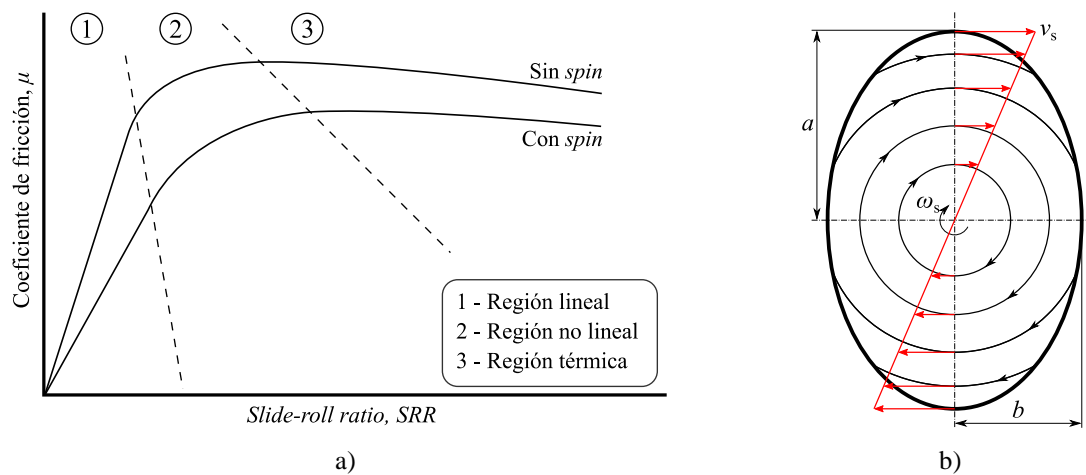


Figura 2: a) Curva de fricción ilustrativa para diferentes valores de SRR; b) Vectores de velocidad de deslizamiento en condiciones de *spin* puro

Debido a las dificultades que tiene transferir potencia mediante contactos puntuales lubricados en el presente trabajo de investigación se presenta un modelo para el cálculo del funcionamiento de este tipo de transmisiones y como varían las condiciones de funcionamiento en función de la geometría que se utilice en el análisis.

## 2. Alcance y asunciones en el modelo

Este trabajo se centra en investigar la influencia la geometría en el funcionamiento de las CVT tipo toroidales. Para ello se ha creado un modelo de cálculo que considera diferentes condiciones de funcionamiento.. En este apartado se explica que variables han sido considerados en el cálculo y las asunciones que se han realizado a la hora de realizar el cálculo.

Se han impuesto unas variables de entrada del modelo de manera que se ha realizado el cálculo sobre ellos. Dichas variables han sido los siguientes:

- Geometría de la CVT
- Fuerza de precarga ( $F_c$ )
- Deslizamiento (SRR)
- Velocidad de entrada ( $\omega_{\text{entrada}}$ )
- Coeficiente de fricción ( $\mu$ )

### 2.1. Geometría de la CVT

En lo que ha geometría se refiere, la primera consideración que se ha hecho ha sido que se ha limitado el cálculo a las CVT tipo toroidales completas. Las variables geométricas que se han utilizado en el análisis y a su vez se muestran en la Figura 1a se han definido en la Tabla 1. Se considera como ratio de conformidad ( $CR$ ) a la relación entre la curvatura del rodillo y el radio de la cavidad toroidal ( $CR = r_r/r_0$ ).

Tabla 1: Variables geométricas de la CVT toroidal

|           |                |
|-----------|----------------|
| $r_0$     | 110 mm         |
| $e$       | -20 mm         |
| $CR$      | 0.5 - 0.8      |
| $\varphi$ | $\pm 30^\circ$ |

### 2.2. Modelo cálculo de la CVT

Por una parte, el cálculo realizado muestra un análisis estático de las transmisiones, es decir, no se han considerado las condiciones transitorias como el arranque o el funcionamiento durante el cambio de relación de transmisión. Se ha impuesto una velocidad de entrada de 2000 rpm a la hora de realizar el cálculo.

Otra consideración hecha en el análisis presentado en este documento es que se ha considerado la distribución de presiones de Hertz en lugar de la distribución resultante de la resolución del problema EHL [12]. El modelo de contacto creado para este análisis ha sido validado mediante una herramienta de Elementos finitos, se han

considerado las mismas condiciones en cuanto a geometría, propiedades mecánicas de los materiales y fuerzas que actúan en el contacto. Los resultados de la validación muestran una buena correlación tanto en la distribución de la presión de Hertz como en las dimensiones del área de contacto.

### 2.3. Coeficiente de fricción

El coeficiente de fricción considerado en el cálculo se ha medido mediante un tribómetro bola en disco para el lubricante Santotrac-50, el cual es un lubricante de tracción comúnmente utilizado en este tipo de transmisión (ver Figura 3a). El tribómetro controla la fuerza normal entre el disco y la bola y las velocidades de ambos componentes, de esta manera hace un barrido del coeficiente de fricción para diferentes valores de SRR y fuerzas normales. La Figura 3b muestra los resultados obtenidos desde el tribómetro. En ella se muestran los puntos experimentales y un ajuste a una superficie.

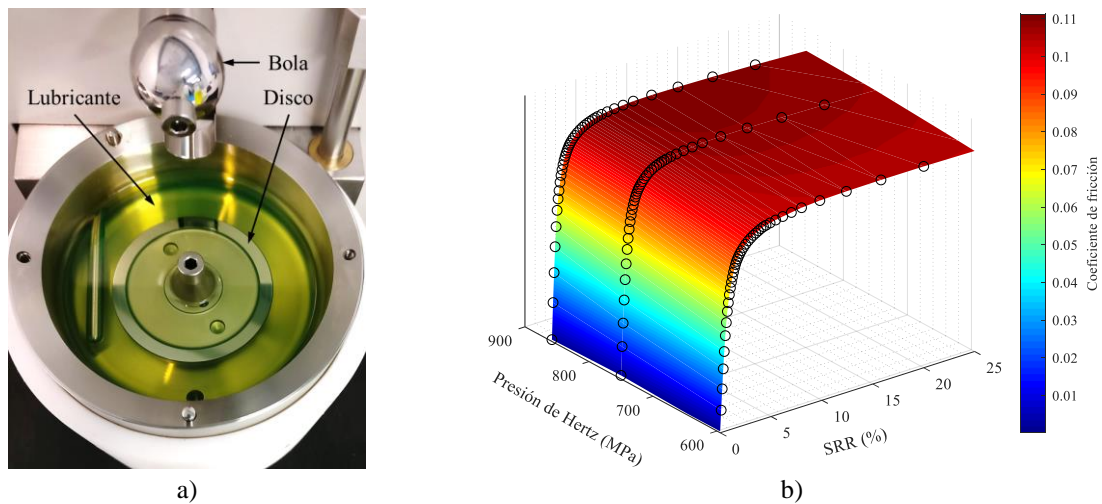


Figura 3: a) Tribómetro utilizado en la medición del coeficiente de fricción; b) Curva de fricción en función de SRR y presiones de contacto para el lubricante Santotrac-50 a 50°C de temperatura y 2 m/s de velocidad media

## 3. Modelo de contacto y rendimiento de las CVT toroidales

El diagrama del modelo de contacto se muestra en la Figura 4, en ella se muestra la metodología de cálculo, cada bloque representa una función del modelo. Además, en cada bloque se representan las variables que se analizan en cada función.

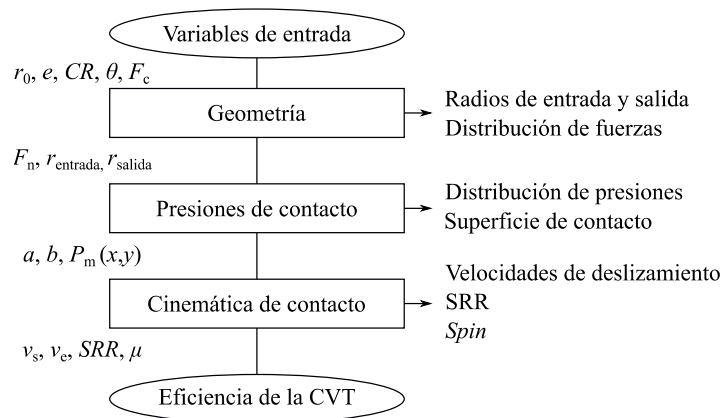


Figura 4: Diagrama del modelo de contacto de la CVT

Las variables de entrada considerados en el análisis son los que se han mencionado en el apartado previo de alcance y asunciones del modelo. En este apartado se explica cada bloque del diagrama.

### 3.1. Bloque de geometría

El bloque de geometría hace referencia a los parámetros geométricos que han sido explicados en el apartado de introducción y a la distribución de las fuerzas de precarga. Los datos geométricos utilizados en el modelo se han

definido en la Tabla 1. El ratio de conformidad, a pesar de que no influye en la relación de transmisión, influye en el rendimiento del mecanismo, por lo que se ha analizado la influencia de dicho parámetro.

La relación de transmisión ideal se ha definido en la ecuación 1 en el apartado de introducción, los parámetros que influyen en ésta son los radios de entrada y salida y se calculan mediante la ecuación 4 [13], los cuales están en función del ángulo de inclinación.

$$\begin{aligned} r_{entrada} &= r_0 \cdot (1 + c - \sin \phi) \\ r_{salida} &= r_0 \cdot (1 + c + \sin \phi) \end{aligned} \quad (4)$$

Siendo  $c$  la relación entre el valor  $e$  y el radio de la cavidad toroidal:  $c = e/r_0$ .

Las fuerzas normales se calculan mediante la ecuación 5. La fuerza de precarga ( $F_c$ ) se distribuye a los puntos de contacto [13]. Como se ha mencionado en el apartado de introducción la cantidad de rodillos ( $n$ ) influye en el análisis porque la fuerza normal ( $F_n$ ) cambia. La Figura 1b muestra un diagrama de sólido libre donde se muestra la fuerza de precarga y las fuerzas normales en función del ángulo de inclinación de los rodillos. En este análisis se han contemplado tres rodillos en la cavidad toroidal. Las fuerzas normales son iguales tanto en el punto de entrada como en el de salida debido a que la fuerza normal está en función del coseno de la inclinación ( $\phi$ ) siendo este igual para un ángulo positivo o negativo.

$$F_n = \frac{F_c}{n \cdot \cos \phi} \quad (5)$$

### 3.2. Presiones de contacto

En el cálculo las superficies y presiones de contacto se ha utilizado la teoría de Hertz. Para ello son necesarios los valores de la fuerza normal, radios de curvatura en el punto de contacto y las propiedades elásticas de los materiales.

Los radios de curvatura para cada punto de contacto dependen de la geometría de la transmisión. Además, varían en función del ángulo de inclinación de los rodillos. Los cuatro radios de curvatura que se consideran en modelo de Hertz (en el cálculo del radio de curvatura reducido) se muestran en la ecuación 6. Los radios e curvatura dependen tanto de la relación de transmisión como del resto de parámetros geométricos, en el presente análisis se ha modificado el valor del ratio de  $CR$  para ver su influencia en el funcionamiento. Analizando los radios de curvatura en función de la relación de transmisión, se ve que cuando el ángulo de inclinación es cero, el radio de curvatura sería infinito dado que en este punto la curvatura pasa de ser cóncavo a convexo.

$$\begin{aligned} R_{d_x} &= r_0 \\ R_{d_y} &= \left\{ \begin{array}{l} \frac{r_0}{\sin \phi} + r_0 + e, \quad \phi \leq 0 \\ \frac{r_0}{\sin \phi} - r_0 - (e + 2 \cdot r_0), \quad \phi > 0 \end{array} \right\} \\ R_{r_x} &= r_0 \cdot CR \\ R_{r_y} &= r_0 \end{aligned} \quad (6)$$

El valor de del módulo efectivo de elasticidad ( $E^*$ ) se calcula mediante el módulo de elasticidad ( $E$ ) y ratio de Poisson ( $\nu$ ) del material de cada componente ( $1/E^* = ((1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2)/2$ ).

En contactos no conformes, las fuerzas normales crean una superficie de contacto elíptica debido a las deformaciones elásticas de los componentes en el caso de contactos puntuales. Es necesario calcular el área de contacto para posteriormente poder calcular las presiones de contacto. Las ecuaciones de los semi-ejes de la elipse de contacto son los siguientes, siendo “ $a$ ” el semieje mayor y “ $b$ ” el semieje menor.

$$\begin{aligned} a &= \left( \frac{6 \cdot k^2 \cdot \epsilon \cdot F_n \cdot R}{\pi \cdot E^*} \right)^{1/3} \\ b &= \left( \frac{6 \cdot \epsilon \cdot F_n \cdot R}{k \cdot \pi \cdot E^*} \right)^{1/3} \end{aligned} \quad (7)$$

Donde los valores de  $k$  y  $\epsilon$  representan el ratio de elipticidad simplificado y la integral elíptica simplificada respectivamente [14]. Dado que la distribución de presiones no es homogénea, se diferencian los valores de presión media y presión máxima de Hertz.

$$p_{h_{max}} = \frac{3 \cdot F_n}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \quad (8)$$

$$p_{h_{med}} = \frac{F_n}{\pi \cdot a \cdot b}$$

La distribución de presiones en la superficie de contacto se calcula mediante la ecuación 9. Los valores de presión existen sólo cuando el valor del componente dentro de la raíz cuadrada es positivo, es decir, cuando los puntos que se consideran en el cálculo están dentro de la elipse de contacto ( $S$ ), los puntos  $(x, y)$  que tienen un resultado negativo para dicha componente equivalen a puntos fuera del contacto de la superficie elíptica y tienen un resultado complejo en la raíz cuadrada.

$$p_{h_{ij}} = p_{h_{max}} \cdot \sqrt{\left(1 - \left(\frac{x_i}{a}\right)^2 - \left(\frac{y_j}{b}\right)^2\right)}, \quad (x, y) \in S \quad (9)$$

### 3.3. Cinemática de contacto

Se ha analizado la cinemática de cada cuerpo por separado para conocer la velocidad de cada punto de la superficie de contacto definida en la sección de Hertz. El sistema de coordenadas corresponde al área de contacto como se muestra en la Figura 5.

La cinemática del disco se ha calculado considerando el radio de entrada (desde el eje de rotación del disco hasta el centro del área de contacto) y los semiejes de la elipse de contacto calculado en la sección anterior. Junto a la velocidad de rotación del disco se ha calculado la velocidad lineal de cada punto en la elipse de contacto. La Figura 5a muestra el esquema de cálculo y los vectores que han sido considerados.

La relación de transmisión cambia las longitudes del radio de entrada y salida. Al mismo tiempo, debido al ángulo del rodillo el área de contacto deja de ser paralelo a los radios de entrada y salida, por lo que se ha considerado dicha inclinación en el cálculo de las velocidades lineales de cada punto (Figura 1a).

$$\vec{u}_{ij} = (\vec{r}_1 + \overrightarrow{Oxy}) \times \vec{\omega}_d = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_1 \\ \overrightarrow{Ox} & r_1 + \overrightarrow{Oy} \cdot \cos \phi & 0 \end{vmatrix} \quad (10)$$

En cuanto a los rodillos, las velocidades se han considerado constantes para toda la superficie. En el caso de los rodillos, el área de contacto está siempre paralela al eje de rotación, además, a medida que se cambia la relación de transmisión el mismo ángulo que gira el eje de rotación, gira también el área de contacto, por lo que siguen siendo paralelos. La velocidad del rodillo se ha calculado a través de la velocidad del disco y el deslizamiento relativo (SRR) entre ambos componentes mediante la ecuación 2. Los valores de las velocidades que se utilizan en la ecuación 2 corresponden a las velocidades en el punto central del área de contacto.

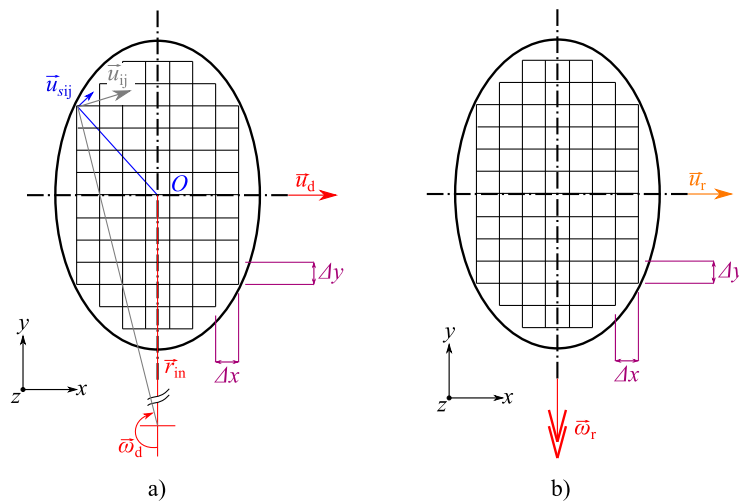


Figura 5: a) Cinemática del disco; b) Cinemática del rodillo

Las velocidades de deslizamiento para cada punto en el área de contacto se han calculado mediante la resta de los vectores de velocidad en cada punto del área de cada componente.

$$\vec{v}_{s_{ij}} = \vec{u}_{disco_{ij}} - \vec{u}_{rodillo_{ij}} \quad (11)$$

El análisis cinemático muestra que, en condiciones donde no hay deslizamiento en el centro de la superficie de contacto, ocurre *spin* puro. Lo cual significa que los deslizamientos se dan en la misma dirección que aparece en la Figura 2b. Dichos deslizamientos serían fuente de pérdidas de potencia debido a que no ayudan a la transmisión de par.

La velocidad de rotación de *spin* que se consigue mediante la ecuación que propuso Loewenthal [7] (ecuación 12) y el análisis vectorial que se ha realizado en este trabajo coinciden.

$$\omega_{spin} = \omega_{disco} \cdot \sin \theta - \omega_{rodillo} \cdot \sin(\gamma - \theta) \quad (12)$$

A medida que aumenta el deslizamiento, el eje de *spin* se aleja desde el punto central del eje. Se considera como eje de *spin* el punto donde las velocidades de deslizamiento entre disco y rodillo es cero [15].

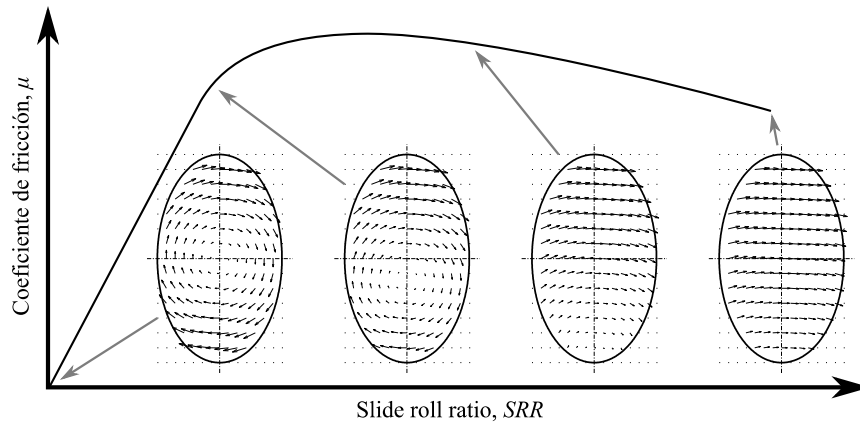


Figura 6: Curva de fricción ilustrativa donde el punto de *spin* varía a medida que aumenta el valor de SRR

La distancia desde el centro de la elipse de contacto al eje de *spin* se calcula mediante las velocidades lineales y el deslizamiento relativo entre ambos. Se relacionan la velocidad lineal del rodillo, con la velocidad de rotación del disco, de manera que el parámetro que los relaciona es el radio del disco donde la velocidad de ambos componentes se iguala.

$$v_{rodillo} = \omega_{disco} \cdot r_{spin} \quad (13)$$

### 3.4. Cálculo de eficiencia del mecanismo

Las pérdidas en el punto de contacto son las debidas los deslizamientos que ocurren en la interfaz de contacto. Por lo que, dichas pérdidas se han calculado multiplicando las velocidades de deslizamiento y fuerzas de fricción de la superficie de contacto. Tanto las velocidades de deslizamiento, como las presiones de contacto en el área no son constantes, por lo que el cálculo se ha realizado mediante integración numérica de los componentes de deslizamiento y presiones de contacto para cada elemento del área. La ecuación 14 muestra cómo se ha realizado el cálculo, donde  $\Delta x$  y  $\Delta y$  representan el tamaño de los elementos de la malla representados en la Figura 5.

$$P_{loss} = \int_A v_s \cdot \mu \cdot p \cdot dA \approx \bar{\mu}(SRR, p_H) \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m v_{s_{ij}} \cdot p_{ij} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad (14)$$

En el cálculo de las pérdidas de potencia no se considera la dirección y sentido de los vectores de velocidad de deslizamiento, es decir, se ha calculado el módulo de cada vector y dicho valor se ha introducido en la ecuación. Por otra parte, los valores del coeficiente de fricción considerados para cada caso están en función de SRR. Además, se ha considerado que el coeficiente de fricción en toda la superficie de contacto es constante. El cálculo de la fuerza normal que actúa en el contacto se ha considerado como la multiplicación de la presión por el tamaño de la malla ( $F_{n_{ij}} = p_{ij} \cdot \Delta x \cdot \Delta y$ ).

El valor de la eficiencia se ha calculado con la relación entre pérdidas y la potencia introducida ( $Ef = 1 - P_{loss}/P_{in}$ ). El mismo análisis se ha realizado para los dos puntos de contacto en la transmisión (ver Figura 1a) y la eficiencia total equivale a la multiplicación de la eficiencia de cada punto.

## 4. Resultados y discusión

Este apartado muestra los resultados más relevantes obtenidos desde el modelo de cálculo que se ha explicado en el apartado de la metodología. Primero, se muestran y se discuten algunos resultados parciales obtenidos desde cada bloque del modelo. Al final del apartado se muestran los resultados de eficiencia del mecanismo.

### 4.1. Relación de transmisión y deslizamiento

En el apartado de introducción se ha mencionado que la relación de transmisión ideal y real difieren, es decir, el deslizamiento que ocurre entre discos y rodillos reduce el rango de relación de transmisión real. La Figura 7 muestra por un lado la relación entre los deslizamientos de cada punto con el valor de SRR global ( $SRR_{Global} = (4 \cdot SRR_{Entrada} + 4 \cdot SRR_{Salida}) / (SRR_{Entrada} \cdot SRR_{Salida} + 4)$ ), y por otro lado, como varía la relación de transmisión real a medida que aumenta el deslizamiento en la transmisión.

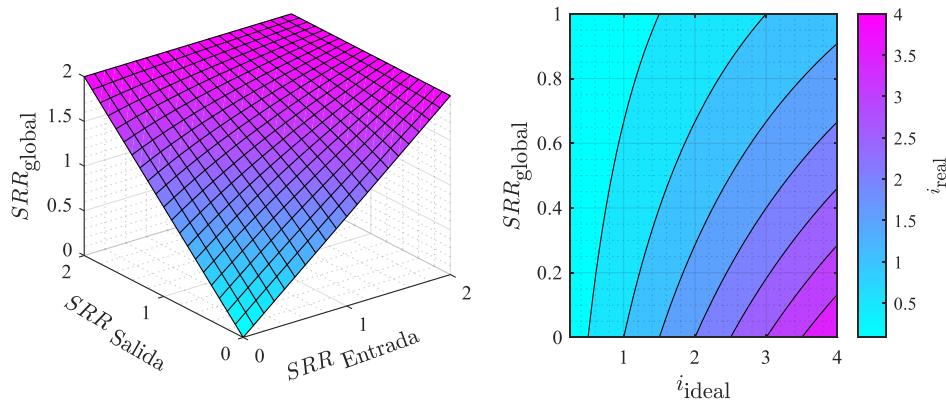


Figura 7: a) SRR global de la transmisión considerando la SRR de cada punto; b) Relación entre  $i_{ideal}$  y  $i_{real}$  en función del valor de SRR

A medida que el deslizamiento aumenta la relación de transmisión reduce. En el caso de que el valor de SRR fuera dos, la relación de transmisión real sería 0, es decir, no transmitiría energía, ya que la velocidad de salida sería cero.

### 4.2. Fuerzas normales y presiones de contacto

El análisis de fuerzas normales y presiones de contacto en función de la relación de transmisión se muestran en la Figura 8. Se puede observar que las fuerzas normales son iguales tanto en el punto de entrada como en el de salida. Aunque debido a los radios de curvatura de la geometría de contacto, las presiones de contacto en la entrada y salida difiere, y se igualan cuando el ángulo de inclinación de los rodillos es cero.

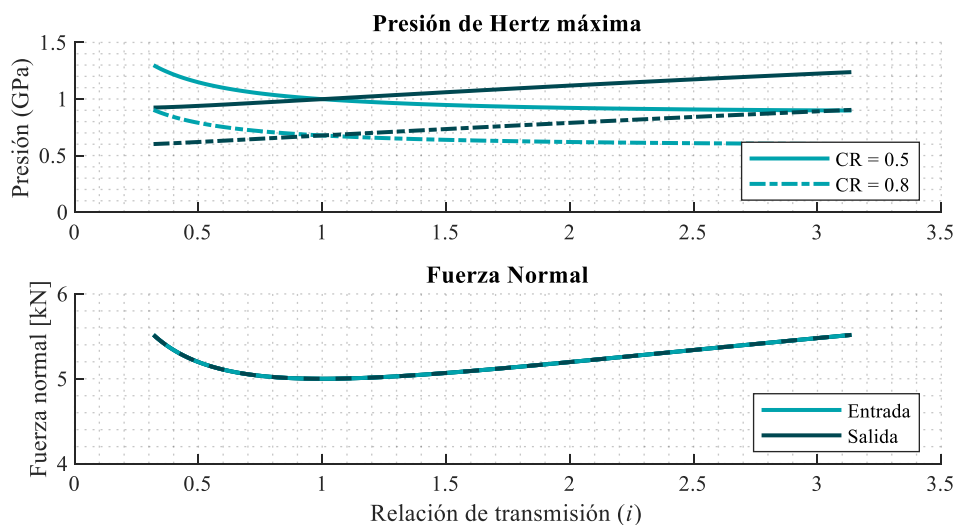


Figura 8: Variación de las presiones y fuerzas de contacto en función de la relación de transmisión ( $F_c = 15$  kN)

Considerando la influencia que la geometría tiene en las presiones de contacto, como muestra la Figura 8, a medida que el valor de  $CR$  se reduce, la superficie de contacto reduce y por consiguiente las presiones de contacto aumentan.



Las Figura 9 y 10 muestran las superficies de contacto y cómo varían los valores de los semiejes en función de la inclinación de los rodillos para dos valores del ratio de conformidad. Los áreas de contacto que aparecen en las Figuras han sido calculadas con una fuerza de precarga de 15 kN y una relación de transmisión de 3:1.

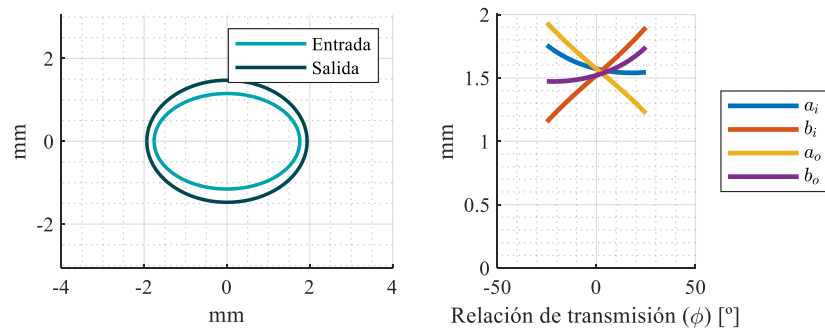


Figura 9: Dimensiones del área de contacto para un valor de CR de 0,5

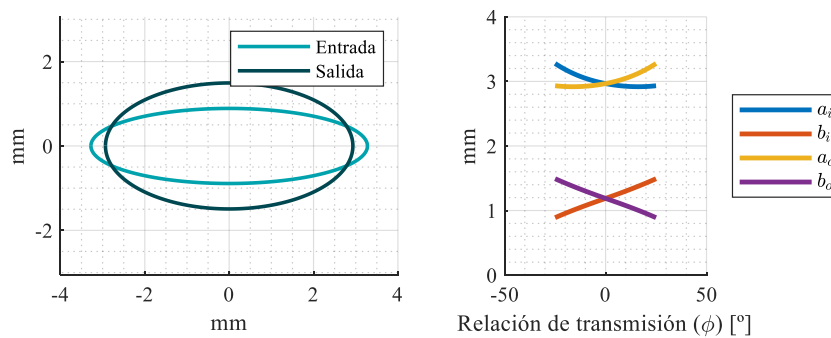


Figura 10: Dimensiones de área de contacto para un valor de CR de 0,8

#### 4.3. Cinemática y deslizamientos de la CVT

La distribución de presiones y las velocidades de deslizamiento que se dan en la superficie de contacto se muestran en la Figura 11. La Figura 11a, muestra las condición de spin puro, el cual hace referencia al caso donde no hay deslizamientos en el centro de la superficie. A medida que aumenta el valor de SRR el eje de *spin* se aleja del punto central de la superficie como muestra la Figura 11b. El valor *CR* influye en los deslizamientos debido a que reduce la superficie de contacto, de esta manera el eje de *spin* sale de la superficie a SRR menores que para valores de *CR* altos. Esto beneficia a que en la superficie no aparezcan deslizamientos en el sentido contrario a la rodadura como muestra la Figura 11c.

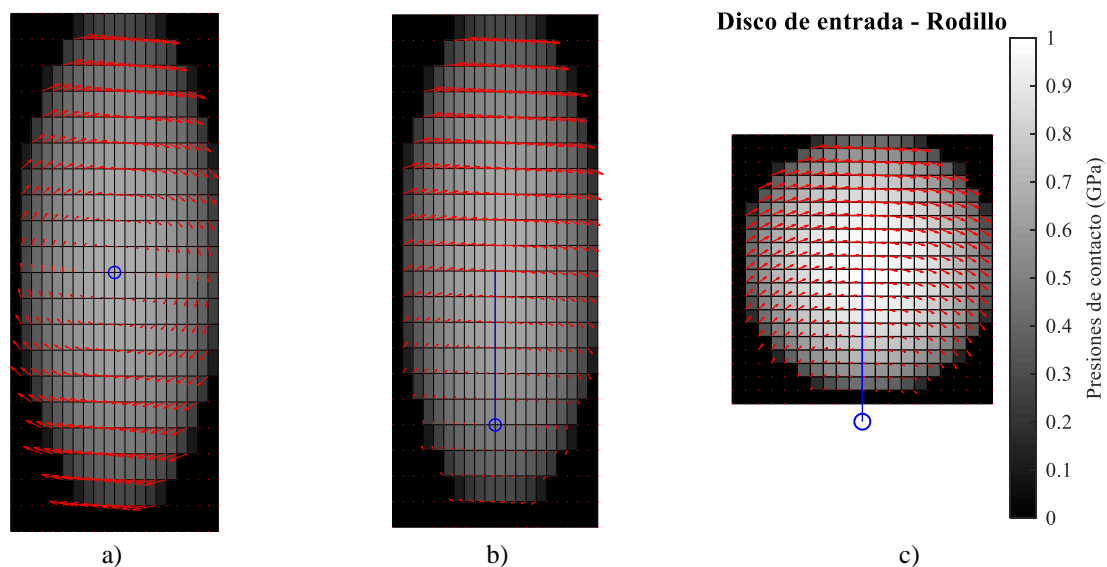


Figura 11: Velocidades de deslizamiento en el área de contacto para a) SRR de la transmisión = 0% donde se da spin puro, b) SRR = 2% (condición estándar de trabajo) y CR = 0,8 y c) SRR = 2% y CR = 0,5

4.4. Eficiencia y vida de los componentes

La Figura 12 muestra la distribución de las pérdidas de potencia en la superficie de contacto, se puede observar que cuando el valor de SRR es cero, no hay pérdidas de potencia en el centro del área de contacto. Esto, se debe a que los deslizamientos en dicho punto son nulos. De la misma manera, en los límites de las superficies de contacto las pérdidas de potencia vuelven a ser cero, lo cual se debe a que las presiones de contacto en dichos puntos es reducido. A medida que el deslizamiento aumenta, tal y como se ha visto en la sección de la cinemática, las pérdidas de potencia tienen otra distribución (Figura 12b). El punto donde las pérdidas se maximizan corresponden a los puntos donde tanto las velocidades como las presiones son considerables.

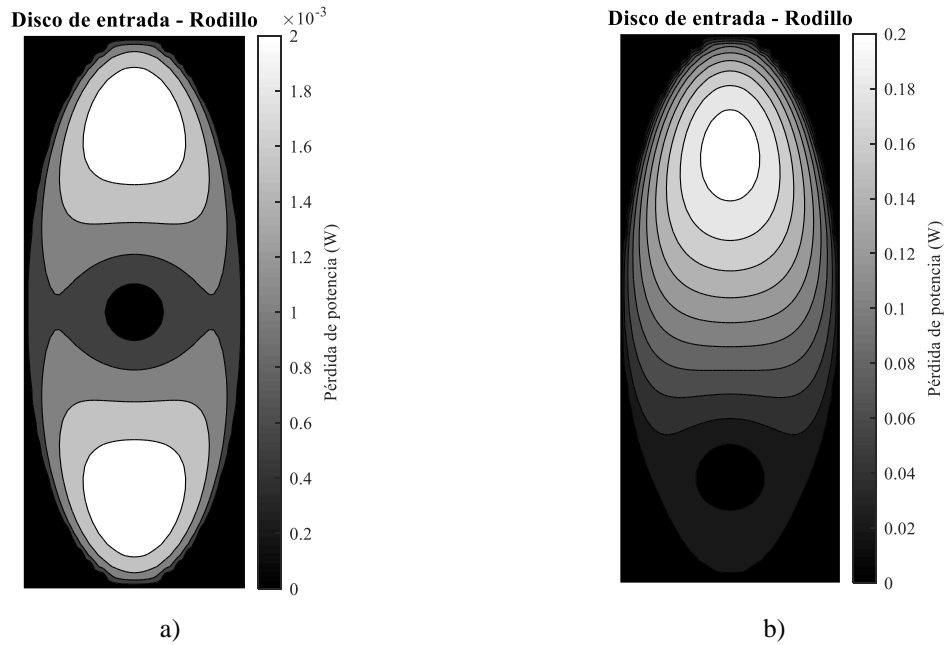


Figura 12: Pérdidas de potencia en la superficie de contacto para a) SRR = 0% (spin puro) y b) SRR = 2%

La Figura 13 muestra la potencia transferible en función del deslizamiento junto con la reducción de la eficiencia a medida que el deslizamiento aumenta. En la Figura se pueden observar diferentes tendencias:

1. Aunque el valor de SRR sea 0 la eficiencia del mecanismo no es 100% debido al fenómeno de *spin*, el cual es la fuente principal de pérdidas a SRR bajas. A medida que el deslizamiento aumenta los vectores de velocidad en la superficie se alinean (el eje de spin se aleja del centro del área) por lo que la influencia del *spin* se reduce.
2. La potencia transferible a SRR bajas es nulo debido al bajo coeficiente de fricción en dichos rangos de SRR.

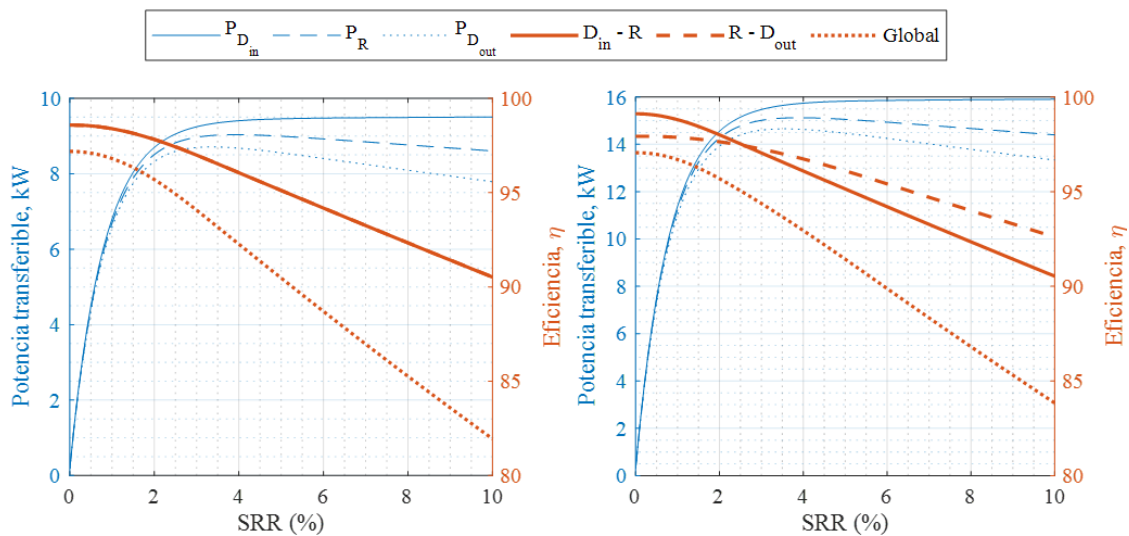


Figura 13: Potencia transferible con la transmisión a  $CR = 0,8$ ,  $v_e = 2000$  RPM y  $F_c = 15$  kN en función de SRR; a)  $i = 1:1$ ; b)  $i = 3:1$

## 5. Conclusiones

En este documento se ha presentado un modelo de predicción de eficiencia y un análisis de la influencia de la conformidad del contacto de las CVT toroidales. Los resultados muestran que el valor  $CR$  impacta en el funcionamiento de este tipo de transmisiones debido a que tanto las superficies, como las presiones de contacto se ven alteradas por este valor. Como consecuencia la cinemática del contacto cambia y los valores de eficiencia cambian.

Además, partiendo de estas premisas se puede inferir que en función de las condiciones de funcionamiento se podrían considerar diferentes geometrías como óptimas. Por una parte, el caso analizado se centra para poder transmitir un par relativamente pequeño, es decir, las presiones de contacto no son excesivamente elevadas, de manera que es mejor optar por un valor de  $CR$  pequeño de manera que las presiones aumentan un poco pero siguen siendo moderados, de manera que la eficiencia aumentaría. Por el contrario, en el caso de que los momentos que habría que transmitir fueran grandes, se debería de optar por un valor más alto de  $CR$ , de manera que las presiones de contacto se reducirían, la eficiencia también se reduciría, pero posiblemente la vida del mecanismo no se vería mermado.

## 6. Referencias

- [1] W. Shabbir and S. A. Evangelou, "Efficiency analysis of a continuously variable transmission with linear control for a series hybrid electric vehicle," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 47, no. 3, pp. 6264–6269, 2014.
- [2] J. Zhang and H. Spikes, "Measurement of EHD Friction at Very High Contact Pressures," *Tribology Letters*, vol. 68, no. 1, Feb. 2020.
- [3] H. MacHida, H. Itoh, T. Imanishi, and H. Tanaka, "Design principle of high power traction drive CVT," in *SAE Technical Papers*, 1995.
- [4] H. C. Liu, B. B. Zhang, N. Bader, C. H. Venner, and G. Poll, "Simplified traction prediction for highly loaded rolling/sliding EHL contacts," *Tribology International*, vol. 148, p. 106335, Aug. 2020.
- [5] R. I. Popovici and D. J. Schipper, "Stribeck and traction curves for elliptical contacts: isothermal friction model," *International Journal Sustainable Construction & Design*, vol. 4, no. 2, Feb. 2014.
- [6] O. S. Cretu and R. P. Glovnea, "Traction Drive With Reduced Spin Losses," *Journal of Tribology*, vol. 125, no. 3, pp. 507–512, Jun. 2003.
- [7] S. H. Loewenthal, "Spin Analysis of Concentrated Traction Contacts," *Journal of Mechanisms Transmissions and Automation in Design*, vol. 108, no. 1, p. 77, 1986.
- [8] Q. Li, M. Liao, and S. Wang, "A Zero-Spin Design Methodology for Transmission Components Generatrix in Traction Drive Continuously Variable Transmissions," *Journal of Mechanical Design*, vol. 140, no. 3, p. 033301, Dec. 2017.
- [9] H. Itagaki, K. Ohama, and A. N. R. Rajan, "Method for estimating traction curves under practical operating conditions," *Tribology International*, Mar. 2019.
- [10] J. L. Tevaarwerk, "A Simple Thermal Correction for Large Spin Traction Curves," *Journal of Mechanical Design*, vol. 103, no. 2, pp. 440–445, Apr. 1981.
- [11] Q. Zou, C. Huang, and S. Wen, "Elastohydrodynamic Film Thickness in Elliptical Contacts With Spinning and Rolling," *Journal of Tribology*, vol. 121, no. 4, pp. 686–692, Oct. 1999.
- [12] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1985.
- [13] G. Carbone, L. Mangialardi, and G. Mantriota, "A comparison of the performances of full and half toroidal traction drives," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 39, no. 9, pp. 921–942, Sep. 2004.
- [14] A. W. B. Gwidon Stachowiak, *Engineering Tribology*. Elsevier S&T, 2011.
- [15] C. Meyer, "Reibung in hoch belasteten EHD-Wälzkontakten," IMKT, Leibniz Universitaet Hannover, 2010.