



# Análisis de métodos de caracterización dinámica aplicados a robots industriales

J. Larrañaga<sup>1a</sup>, N. Agirre<sup>2</sup>, J. Urrutia<sup>3</sup>, I. Mujika<sup>1</sup>, M. Izquierdo<sup>1</sup>, I. Ulacia<sup>1</sup>, I. Inziarte<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Dpto. de Mecánica y Producción Industrial. Mondragon Unibertsitatea, Arrasate-Mondragón, España.

<sup>2</sup>Aldakin R+D, Pol. Ind. Isasia, Nave 1G, 31800 Alsasua, España.

<sup>3</sup>Aria Araba SL, Calle Venta De Egino 301260, 01250 Asparrena, España.

<sup>a</sup>jlarranaga@mondragon.edu

---

*En las últimas décadas, las aplicaciones en las que se utilizan robots industriales han aumentado considerablemente, incrementando la demanda de precisión en el posicionamiento de ellas. No obstante, aunque los robots industriales se caracterizan por ser altamente repetitivos, suelen presentar carencias en la precisión posicional. Estas imprecisiones se deben principalmente a errores geométricos, fuerzas externas, a la baja rigidez y las holguras de sus articulaciones, ya que el diseño de los robots prioriza la flexibilidad posicional sobre la rigidez estructural. Las estrategias de compensación de trayectorias son utilizadas comúnmente, con el objetivo de mejorar la precisión de posicionado de los robots industriales. Para ello, se requiere el desarrollo de un modelo cinemático-dinámico, provisto de las rigideces y holguras articulares, además de los parámetros dinámicos específicos del robot.*

*Dado que los fabricantes de robots no proporcionan parámetros dinámicos del robot, como masas e inercias, se requieren técnicas experimentales que permitan estimarlos con precisión. Aunque los métodos de caracterización dinámica permiten establecer parámetros para modelar el comportamiento global del robot, en muchos casos los valores obtenidos carecen de sentido físico y pueden variar considerablemente según las condiciones de ensayo, el modelo de robot empleado y las restricciones aplicadas a los valores objetivo. Con el objetivo de determinar una metodología de caracterización dinámica, se han llevado a cabo ensayos con un robot industrial a distintas velocidades. Con los datos obtenidos, se ha analizado el efecto de los diferentes tipos de filtrado en la señal inicial y se ha realizado la estimación de los parámetros dinámicos evaluando el impacto de restringir los rangos de los parámetros dinámicos.*

---

## 1. Introducción

Los robots industriales han adquirido una presencia cada vez mayor en el sector manufacturero, principalmente debido a su versatilidad, amplias capacidades y menores costos de inversión en comparación con las máquinas herramienta tradicionales [1]. Inicialmente, su uso se limitaba a tareas auxiliares que no requerían alta precisión. Sin embargo, con la evolución de los procesos productivos y el aumento de la demanda en la calidad de los procesos de fabricación, los robots han comenzado a emplearse en aplicaciones que exigen una precisión posicional elevada, lo que supone un desafío técnico significativo para la robótica industrial actual [2-4].

Si bien los robots industriales destacan por su alta repetibilidad, su precisión de posicionamiento puede verse afectada por limitaciones estructurales. Factores como la baja rigidez de sus articulaciones, la influencia de fuerzas externas, su propio peso, la fricción y los efectos del sistema de contrapeso en robots de gran escala, pueden generar desviaciones en la trayectoria esperada [5]. Para corregir estas desviaciones, se han desarrollado múltiples estrategias de modelado, entre ellas el Método de Articulaciones Virtuales basado en la estimación del par articular [6-7]. Estos modelos permiten desarrollar modelos de compensación de trayectorias de robots, basados en valores de rigidez y backlash articular, obtenidos mediante técnicas avanzadas de caracterización. Sin embargo, para lograr una representación más precisa del comportamiento del robot bajo diferentes condiciones operativas, estudios recientes han introducido parámetros dinámicos adicionales, como masas, inercias, centros de gravedad de los eslabones y coeficientes de fricción en los sistemas de transmisión de las articulaciones. No obstante, esta información no suele ser proporcionada por los fabricantes, lo que dificulta la generación de modelos fieles a la realidad.

Dada esta limitación, la identificación experimental de los parámetros dinámicos se ha convertido en una herramienta esencial para mejorar la precisión de los modelos [8-10]. Estos procedimientos generalmente implican un análisis detallado de los movimientos articulares y las señales de par. A medida que el robot sigue una trayectoria diseñada para activar múltiples componentes de su modelo dinámico, las diferencias resultantes en movimiento y par se utilizan para refinar la estimación de estos parámetros.

Un método ampliamente utilizado para la identificación de parámetros dinámicos es el Modelo de Identificación Dinámica Inversa con Estimación por Mínimos Cuadrados Ponderados (IDIM-WLS, por sus siglas en inglés), basado en la premisa de una relación lineal entre los pares articulares y los parámetros inerciales del robot. Hasta la fecha, estos estudios se han centrado principalmente en robots de menor escala, como el KUKA iiwa [11], mientras que la aplicación de estos métodos en robots industriales más pesados presenta desafíos adicionales, como la influencia del sistema de contrapeso en la dinámica del robot [12].

Para la correcta estimación de parámetros, es fundamental el filtrado de las señales adquiridas. En la mayoría de los casos, se utilizan filtros de paso bajo con frecuencias de muestreo superiores a 1000 Hz [13]. Sin embargo, los sistemas de control de los robots industriales comerciales no permiten la extracción de datos de corriente o par motor a frecuencias suficientemente altas. Esto requiere el uso de sistemas de medición adicionales para registrar estas variables con mayor resolución temporal. La imposibilidad de aplicar filtros de paso bajo en estas condiciones ha llevado a la exploración de alternativas como los filtros de mediana móvil. Sin embargo, no se ha encontrado en la literatura un análisis comparativo de la efectividad de estos filtros en la estimación de parámetros dinámicos, lo que motiva la presente investigación.

Adicionalmente, en la literatura se han descrito metodologías para la reducción de parámetros inerciales, cuyo objetivo es disminuir el número de incógnitas en los modelos para optimizar los cálculos y mejorar la estabilidad numérica de los resultados obtenidos. Gautier et al. [14] propusieron un conjunto de relaciones matemáticas que permiten eliminar ciertos parámetros inerciales si su contribución a la energía cinética y potencial es insignificante, lo que simplifica el modelo sin comprometer su precisión. Estas metodologías han sido aplicadas en diversos estudios, pero aún existen oportunidades para evaluar su impacto en la caracterización dinámica de robots industriales pesados.

Dadas las dificultades y las incertidumbres descritas anteriormente, los objetivos del presente trabajo son:

- Determinar una metodología de cálculo para definir los parámetros dinámicos de un robot industrial.
- Analizar el efecto del tipo de filtro y la ventana de filtrado aplicado en la señal inicial.
- Analizar el efecto de restringir y reducir los parámetros dinámicos en los resultados obtenidos.

## 2. Metodología de cálculo

### 2.1. Modelo dinámico del robot industrial

Para establecer una relación entre la cinemática del robot (posición, velocidad, aceleración) y los pares involucrados en el proceso (como peso, inercia y fricción), se realiza un análisis dinámico. Para determinar los pares requeridos para soportar las articulaciones bajo condiciones específicas de trabajo, generalmente se utiliza el Modelo Dinámico Inverso (IDM, por sus siglas en inglés), basado en la formulación de Euler-Lagrange definida por la Ecuación (1).

$$\tau = \mathbf{M}(\theta)\ddot{\theta} + \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + \mathbf{G}(\theta) + \tau_{\mu}(\dot{\theta}) \quad (1)$$

Donde  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$  y  $\ddot{\theta}$  son los vectores de dimensión  $(n \times 1)$  que representan las posiciones, velocidades y aceleraciones de las articulaciones, respectivamente.  $\tau$  es el vector  $(n \times 1)$  de pares articulares causados por los eslabones, tratados como cuerpos rígidos;  $\mathbf{M}(\theta)$  es la matriz de inercia del robot de dimensión  $(n \times n)$ ;  $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})$  es la matriz  $(n \times n)$  de fuerzas centrífugas y Coriolis; y  $\mathbf{G}(\theta)$  es el vector  $(n \times 1)$  de fuerzas gravitacionales. Finalmente,  $\tau_{\mu}(\dot{\theta})$  es el vector  $(n \times 1)$  de pares correspondientes a la fricción en el sistema de transmisión de las articulaciones, que está compuesto por dos términos: la fricción viscosa ( $F_v \cdot \dot{\theta}$ ) y la fricción de Coulomb ( $F_c \cdot \text{sign } \dot{\theta}$ ). Siendo,  $(n)$  el número de articulaciones del manipulador.

Esta formulación requiere diferentes parámetros dinámicos específicos de cada eslabón o articulación del robot ( $i$ ). Esto incluye masas, centros de gravedad y tensores de inercia que afectan los términos  $(\mathbf{M})$ ,  $(\mathbf{C})$  y  $(\mathbf{G})$ , así como los coeficientes de fricción que afectan a los términos de  $\tau_{\mu}$  [9].

- Masa [kg]:  $m_i$
- Centros de gravedad [m]:  $CG_i = [X_i \ Y_i \ Z_i]$
- Tensores de inercia [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ]:  $I_i = \begin{bmatrix} XX_i & XY_i & XZ_i \\ XY_i & YY_i & YZ_i \\ XZ_i & YZ_i & ZZ_i \end{bmatrix}$
- Fricción Viscosa [Nm]:  $Fv_i$ , proporcional a la velocidad
- Fricción de Coulomb [Nm]:  $Fc_i$ , independiente de la velocidad.

### 2.2. Parámetros inerciales mínimos para el robot Kuka Kr270 Quantec Ultra

Los parámetros inerciales mínimos se definen como el conjunto mínimo de parámetros inerciales constantes que no contienen el elemento nulo y que son suficientes para calcular el modelo dinámico del robot. Se pueden obtener a partir de los parámetros inerciales clásicos eliminando aquellos que no afectan al modelo dinámico y reagrupando otros parámetros. Como se ha mostrado en el apartado anterior,  $(XX_i, \dots, ZZ_i)$  son los elementos de la matriz de inercia  $I_i$ , que define la inercia del eslabón  $i$  alrededor del origen del sistema de referencia  $i$ .  $X_i, Y_i, Z_i$ , son los centros de gravedad del eslabón  $i$  e  $m_i$  es la masa del eslabón  $i$ . Gautier et al. [14] propone un procedimiento para identificar el conjunto mínimo de parámetros inerciales mediante la eliminación de parámetros redundantes a partir de las ecuaciones de movimiento. Este procedimiento se deriva a partir de la suposición de si un parámetro dinámico no afecta ni en la energía cinética ni en la energía potencial del robot, ese parámetro inercial puede ser obviado. Aplicando esta metodología, se han obtenido las siguientes relaciones, definiendo de los parámetros inerciales mínimos, los cuales concentran los parámetros inerciales que no afecta en la energía del sistema. A continuación, se presentan los parámetros dinámicos agrupados del robot Kuka Kr270 Quantec Ultra.

$$XX_{5R} = XX_6 - YY_5 \quad (2)$$

$$XZ_{5R} = XZ_5 - Z_6 \cdot d_6^{\text{dh}} \quad (3)$$

$$ZZ_{5R} = ZZ_5 + m_6 \cdot (d_6^{\text{dh}})^2 \quad (4)$$

$$X_{5R} = X_5 + m_6 \cdot d_6^{\text{dh}} \quad (5)$$

$$ZZ_{4R} = ZZ_4 + YY_5 + YY_6 + m_6 \cdot (d_6^{\text{dh}})^2 \quad (6)$$

$$Y_{4R} = Y_4 + Z_5 + Z_6 \quad (7)$$

$$XY_{3R} = XY_3 + Z_4 \cdot d_4^{\text{dh}} \quad (8)$$

$$ZZ_{3R} = ZZ_3 + (m_4 + m_5 + m_6) \cdot (d_4^{\text{dh}})^2 + YY_4 \quad (9)$$

$$X_{3R} = X_3 + (m_4 + m_5 + m_6) \cdot d_4^{\text{dh}} \quad (10)$$

$$Y_{3R} = Y_3 - Z_4 \quad (11)$$

$$XX_{2R} = XX_6 + YY_6 + m_6 \cdot (a_6^{dh})^2 + 2 \cdot Z_3 \cdot a_3^{dh} + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6) \cdot (a_3^{dh})^2 - YY_2 \quad (12)$$

$$ZZ_{2R} = ZZ_2 + YY_3 + 2 \cdot Z_3 \cdot a_3^{dh} + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6) \cdot (a_3^{dh})^2 \quad (13)$$

$$Y_{2R} = Y_2 + Z_3 + (m_3 + m_4 + m_5 + m_6) \cdot a_3^{dh} \quad (14)$$

$$m_{2R} = m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 \quad (15)$$

$$YY_{3R} = YY_1 + YY_2 + 2 \cdot Z_2 \cdot a_2^{dh} + (m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6) \cdot (a_2^{dh})^2 \quad (16)$$

Una vez aplicada la metodología de determinación de parámetros inerciales mínimos, el número de parámetros se reduce de las 60 iniciales hasta los 38 de base, mostrados en la Tabla 1. El subíndice R en p. ej.  $XX_{1R}$ , indican parámetros reducidos del conjunto mínimo de base. Los parámetros sin este subíndice en p. ej.  $XY_2$  son considerados en los 2 modelos. Los parámetros indicados con (-) han sido eliminados por ser considerados en los parámetros mínimos.

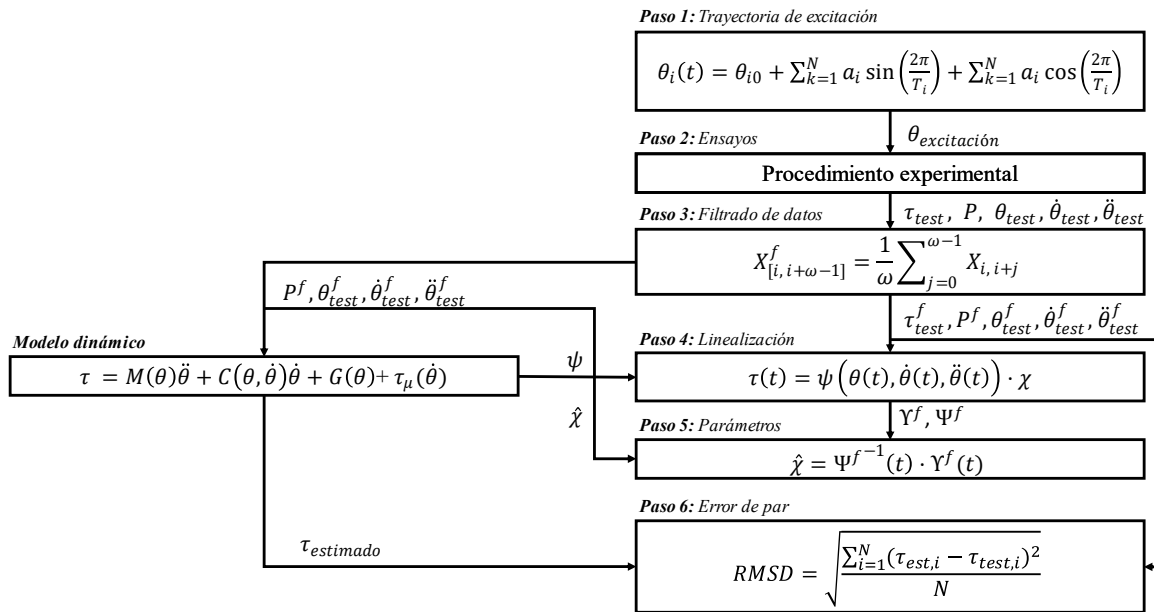
**Tabla 1:** Parámetros de base del robot Kuka Kr270 Quantec Ultra

j	$XX_i$	$XY_i$	$XZ_i$	$YY_i$	$YZ_i$	$ZZ_i$	$X_i$	$Y_i$	$Z_i$	$m_i$
1	-	-	-	$YY_{1R}$	-	-	-	-	-	-
2	$XX_{2R}$	$XY_2$	$XZ_2$	-	$YZ_2$	$ZZ_{2R}$	$X_2$	$Y_{2R}$	-	$m_{2R}$
3	-	$XY_{3R}$	$XZ_3$	-	$YZ_3$	$ZZ_{3R}$	$X_{3R}$	$Y_{3R}$	-	$m_3$
4	-	$XY_4$	$XZ_4$	-	$YZ_4$	$ZZ_{4R}$	$X_4$	$Y_{4R}$	-	$m_4$
5	$XX_{5R}$	$XY_5$	$XZ_{5R}$	-	$YZ_5$	$ZZ_{5R}$	$X_{5R}$	$Y_{5R}$	-	$m_5$
6	-	$XY_6$	$XZ_6$	-	$YZ_6$	$ZZ_6$	$X_6$	$Y_6$	-	$m_6$

Además de los parámetros inerciales aquí descritos, a cada articulación le corresponden los valores de fricción viscosa ( $Fv_i$ ) y de la fricción de Coulomb ( $Fc_i$ ).

### 2.3. Metodología de caracterización dinámica

La estimación precisa de los parámetros dinámicos es crucial para la modelización y el control de los sistemas robóticos. Estos parámetros incluyen masas, centros de gravedad, tensores de inercia y coeficientes de fricción, todos los cuales influyen directamente en el comportamiento dinámico del robot. El proceso de estimación de estos parámetros generalmente implica una combinación de recopilación de datos experimentales, modelado matemático y técnicas de optimización. Para lograrlo, se ha aplicado la metodología desarrollada inicialmente por Khalil et al. [8]. La metodología consta de seis pasos principales, los cuales se muestran en la Figura 1.



**Figura 1:** Metodología de caracterización dinámica.

El primer paso del método (**paso 1**) consiste en ejecutar una trayectoria que abarque el mayor rango posible de configuraciones del robot, cubriendo diversas posiciones, velocidades y aceleraciones. Para ello, se define la trayectoria de excitación, estableciendo el recorrido de cada articulación a través de la expresión basada en las series de Fourier, según la Ec. (17).

$$\theta_i(t) = \theta_{i0} + \sum_{k=1}^N a_{i,k} \cdot \sin\left(\frac{2\pi k}{T_i} t\right) + \sum_{k=1}^N b_{i,k} \cdot \cos\left(\frac{2\pi k}{T_i} t\right) \quad (17)$$

Donde,  $\theta_i$  es la posición de la articulación en cada instante  $t$ ,  $\theta_{i0}$  es la posición angular inicial,  $a$  y  $b$  son las amplitudes de las funciones trigonométricas,  $T$  es el periodo de la oscilación,  $N$  es el número de armónicos seleccionados e  $i$  denota el número de la articulación. En el **paso 2**, las trayectorias definidas se ejecutan en el robot. Estas pruebas se describen en el apartado 3. Posteriormente, en el **paso 3**, se procesan los datos extraídos de las pruebas (posiciones, velocidad, aceleraciones y pares de las articulaciones). Estos datos se suavizan a través de un filtro de media móvil con el fin de eliminar el ruido eléctrico de la señal. Los filtros utilizados se detallan en el apartado 2.4 y su influencia en la respuesta se analiza en el apartado de resultados.

A continuación, en el **paso 4**, se linealiza la expresión dinámica Ec. (1), obteniendo la Ec. (18). Esta linealización permite la estimación de los parámetros dinámicos utilizando los pares obtenidos de los datos experimentales. El proceso requiere calcular la matriz Jacobiana ( $\psi$ ) que representa la sensibilidad de los pares a los parámetros dinámicos. Estos parámetros se recogen en el vector  $\chi_i = [XX_i, XY_i, XZ_i, YY_i, YZ_i, ZZ_i, X_i, Y_i, Z_i, m_i, Fc_i, Fv_i]$  donde  $i$  representa el índice de la articulación o eslabón;  $XX_i, XY_i, XZ_i, YY_i, YZ_i, ZZ_i$  son los parámetros inerciales;  $X_i, Y_i, Z_i$  son las coordenadas del centro de gravedad del eslabón  $i$ , y  $m_i$  es la masa del eslabón  $i$ .

$$\tau(t) = \psi(\theta(t), \dot{\theta}(t), \ddot{\theta}(t)) \cdot \chi \quad (18)$$

El **paso 5** consiste en aplicar la estimación de los parámetros dinámicos en cada punto a lo largo de la trayectoria del robot. Para ello, se emplea el estimador ( $\hat{\chi}$ ) de Mínimos Cuadrados Ponderados (WLS, por sus siglas en inglés) cuya solución se expresa como:

$$\hat{\chi} = \psi_f^{-1}(t) \cdot Y_f(t) \quad (19)$$

En el **paso 6**, se calculan los pares utilizando el modelo dinámico con los parámetros estimados. Para evaluar la precisión del modelo, se calcula el error cuadrático medio (RMSE) entre los pares estimados ( $\tau_{est}$ ) y los medidos ( $\tau_{test}$ ) durante en las pruebas, como se muestra en la Ecuación. (20).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\tau_{est,i} - \tau_{test,i})^2}{N}} \quad (20)$$

#### 2.4. Filtrado de la señal inicial

Como se detalla en la introducción, la literatura destaca que un filtro de paso bajo es la opción mejor para reducir el ruido en las señales de par adquiridas durante los ensayos. Sin embargo, debido a la baja y variable frecuencia de muestreo obtenida en los ensayos experimentales, estos filtros no son viables en este caso. Por ello, se ha optado por filtros de media móvil, que asignan un valor promedio a cada conjunto de puntos ( $\omega$ ).

$$X_{i,i+\omega}^f = \frac{1}{\omega} \sum_{i=0}^{\omega-1} X_{i,i+j}^f \quad (21)$$

La calidad de la señal filtrada depende en gran medida del tamaño de la ventana de filtrado seleccionada y del método de cálculo del promedio. En este trabajo se ha utilizado la función `smoothdata` de MATLAB [15], que permite seleccionar distintos tipos de ponderación. A continuación, se describen los métodos analizados:

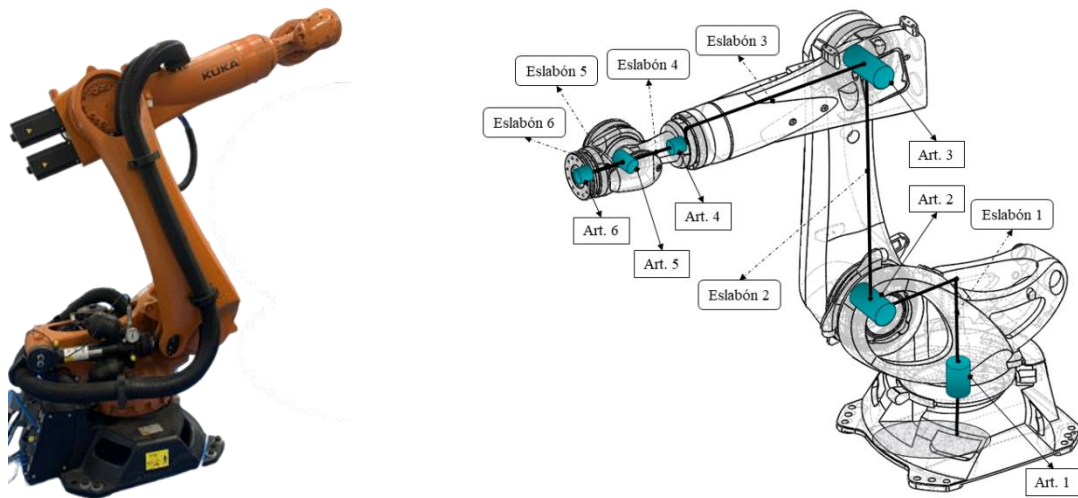
- "movmean": Media aritmética dentro de cada ventana. Reduce tendencias periódicas en los datos.
- "movmedian": Mediana en cada ventana. Más robusto ante valores atípicos.
- "gaussian": Promedio ponderado según una distribución gaussiana.
- "lowess": Regresión lineal dentro de cada ventana. Suaviza discontinuidades.
- "loess": Regresión cuadrática dentro de cada ventana. Más preciso que "lowess".
- "rloess": Regresión lineal robusta, resistente a valores atípicos.
- "rloess": Regresión cuadrática robusta, versión más costosa de "loess".
- "sgolay": Filtro de Savitzky-Golay, basado en ajuste polinómico.

Se han probado distintos tamaños de ventana, seleccionando valores equivalentes al 0.1%, 0.5%, 1%, 3% y 5% del total de puntos de la muestra.

### 3. Procedimiento experimental

#### 3.1. Robot analizado y modelo cinemático

El brazo robótico empleado en este estudio es un Kuka KR270 R2700 Quantec Ultra de 6 eslabones y su modelo cinemático se muestran en la Figura 2.



**Figura 2:** Kuka KR270 R2700 Quantec Ultra utilizado en el estudio y su esquema cinemático.

El modelo cinemático del robot se construye a través de los parámetros de Denavit-Hartenberg, mostrados en la Tabla 2.

**Tabla 2:** Parámetros de Denavit-Hartenbeg del robot y parámetros geométricos del contrapeso de gravedad.

J	1	2	3	4	5	6
$\theta_i^{dh} [^\circ]$	0	90	0	0	0	0
$\alpha_i^{dh} [^\circ]$	90	0	-90	90	-90	0
$a_i^{dh} [mm]$	435	0	0	1200	0	240
$d_i^{dh} [mm]$	350	1150	40	0	0	0

#### 3.2. Trayectorias de excitación

El robot se ha sometido a una trayectoria de excitación, descrita mediante las series de Fourier Ec. (17), y los parámetros mostrados de la Tabla 3. Estos parámetros fueron definidos teniendo en cuenta los límites del área de trabajo donde está instalado el robot.

**Tabla 3:** Parámetros utilizados para la generación de la trayectoria de excitación.

J	1	2	3	4	5	6
$\theta_{i,0} [^\circ]$	0	-70	0	0	0	0
$a_i [^\circ]$	-70	20	60	-85	-76	-140
$b_i [^\circ]$	-70	20	60	-85	-76	-140
$T_i [1/Hz]$	30	50	20	30	40	40

\*En la generación de la trayectoria se han considerado los primeros 125 armónicos ( $N$ ).

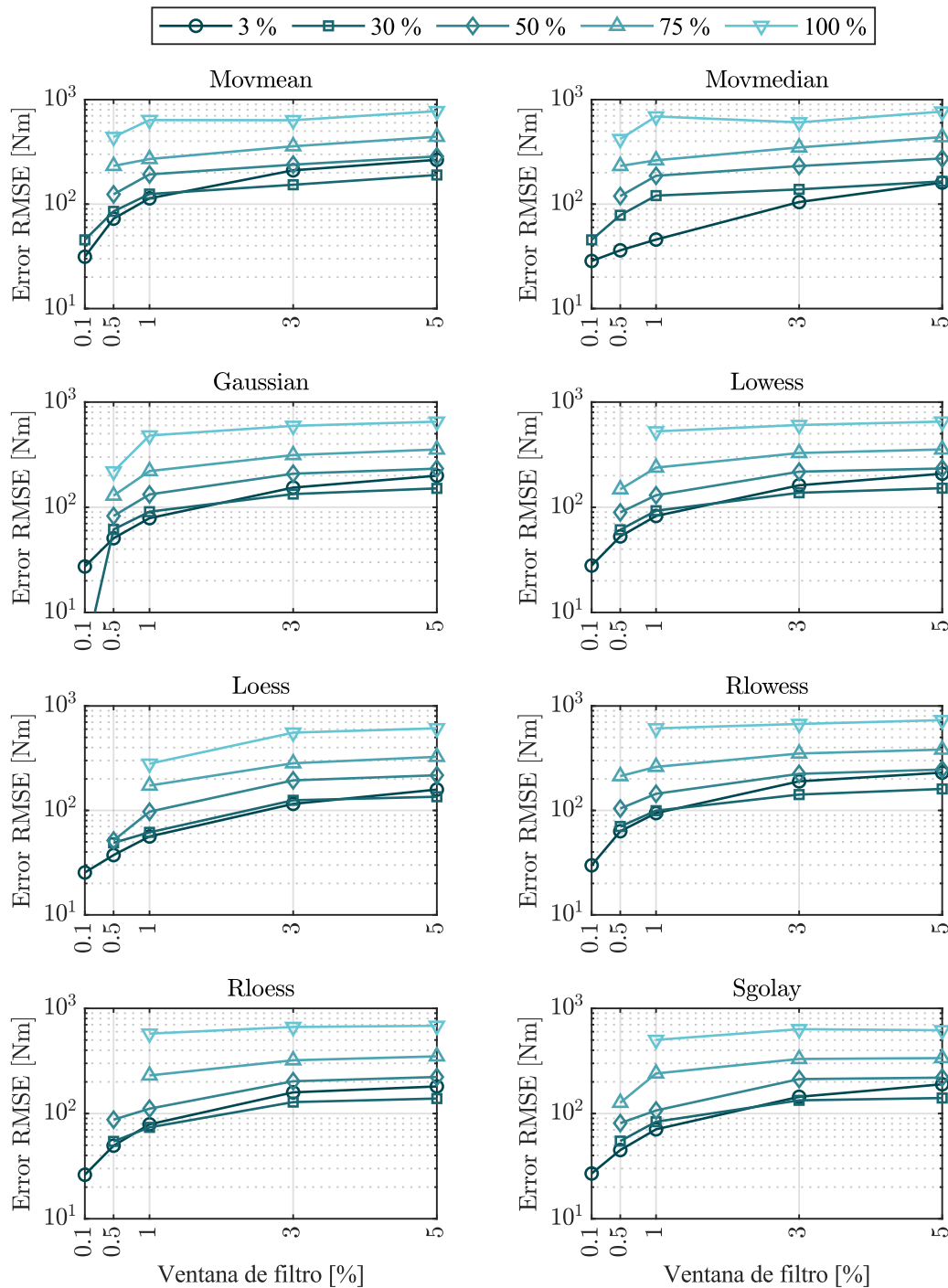
#### 3.3. Ensayos realizados

Esta trayectoria se ha ejecutado a 5 velocidades de articulación variables con el fin de abarcar una amplia gama de patrones de comportamiento. Estas velocidades se configuran en el control del robot, definiendo el porcentaje de velocidad deseado en relación lineal con la velocidad máxima de 100%. Así, las velocidades que se han utilizado son 3%, 30%, 50%, 75% y 100%. Como referencia, a una velocidad del 100%, las velocidades máximas de las articulaciones del 1 al 6 son de 82.8 °/s, 15.01 °/s, 107,8 °/s, 100.8 °/s, 69.17 y 127.56 °/s, respectivamente. Durante los ensayos los pares correspondientes a cada articulación, a la salida de la reductora, se obtuvieron mediante el controlador del robot a una frecuencia de muestreo de  $\sim 3$  Hz

## 4. Resultados

### 4.1. Tipo y ventana de filtro.

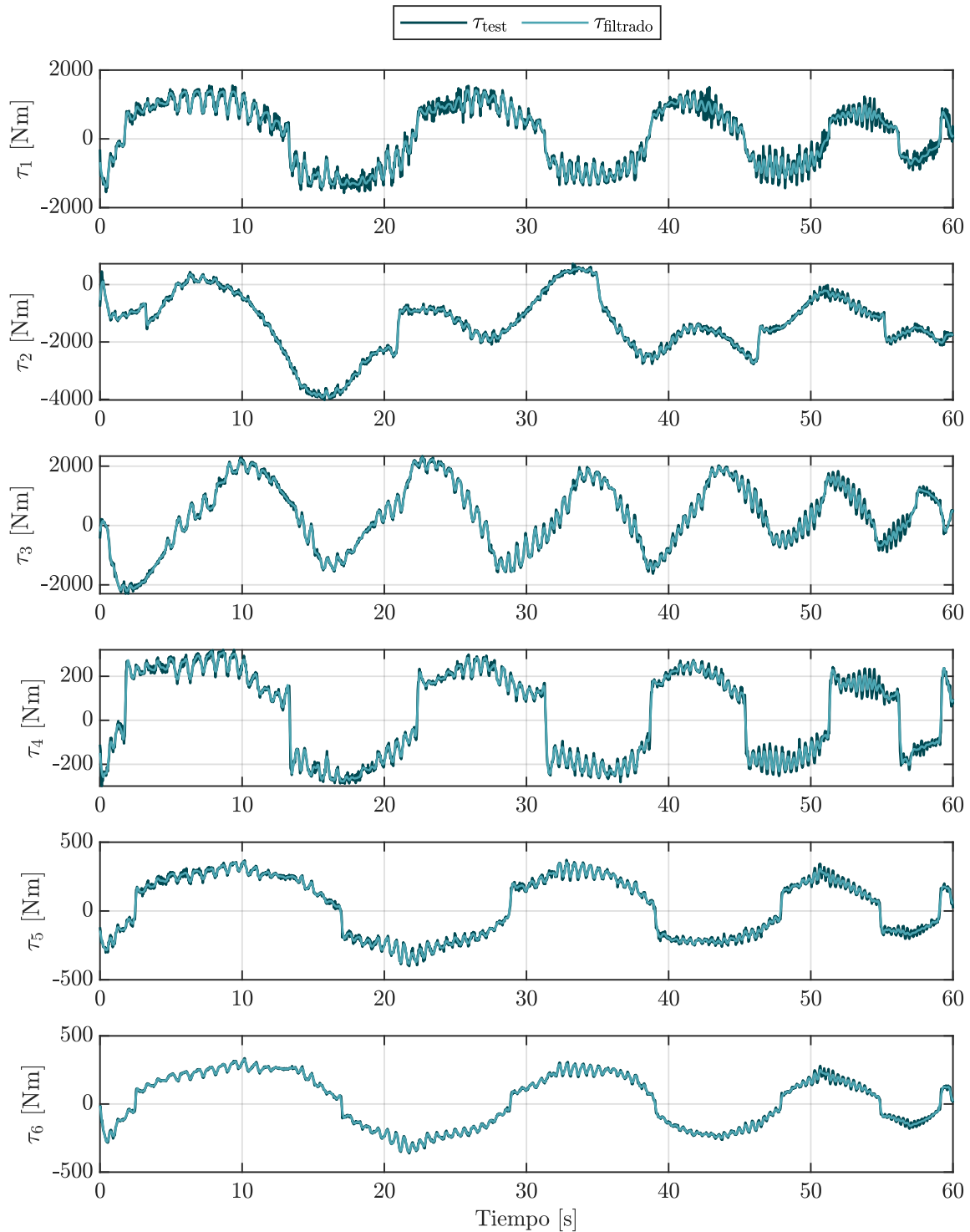
En la Figura 3, se presentan los errores RMSE obtenidos de la comparación entre la señal de par inicial y el par filtrado. Todos los tipos de filtros muestran resultados similares, siendo el error RMSE más bajo en las ventanas de filtro con un porcentaje menor de puntos. No obstante, es importante analizar también la calidad de la señal para balancear entre la pérdida de información (curva demasiado filtrada) y el ruido de señal (curva demasiado poco filtrada).



**Figura 3:** Errores RMSE entre par medido y filtrado según el tipo de filtro y ventana de filtrado utilizado.

El filtro que mejor ha cumplido con estas condiciones, ha sido el método de ponderación ‘Loess’ con una ventana de filtrado de 1%. Este método de filtrado suaviza los datos localmente ajustando un modelo polinómico a los puntos cercanos a cada valor y es útil para reducir la influencia de valores atípicos y modelar tendencias locales sin imponer una forma global rígida [16].

En la Figura 4, se muestran tanto la señal original como la filtrada, para el caso de velocidad 30%.



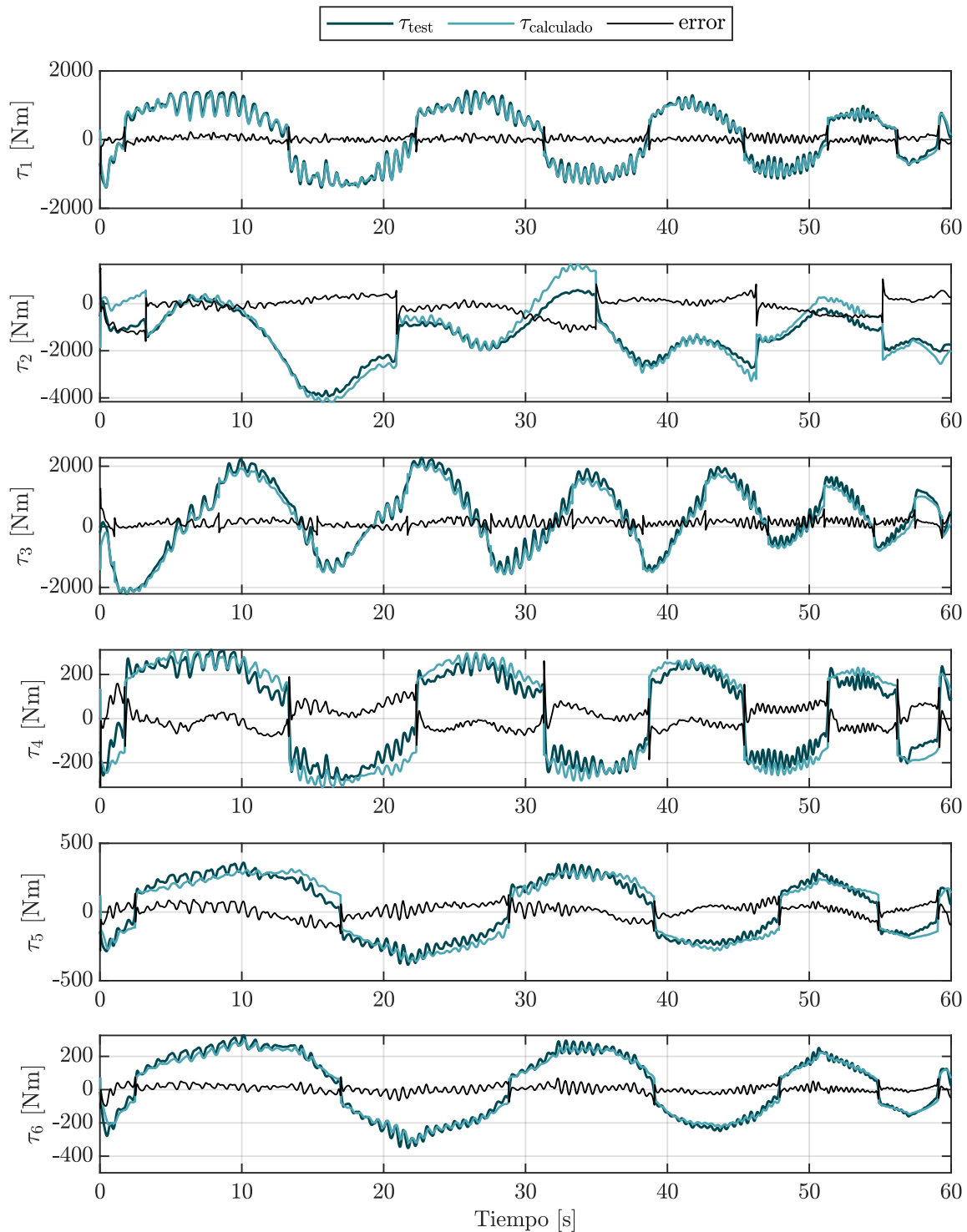
**Figura 4:** Par medido y filtrado respecto al tiempo utilizando el filtro de tipo 'Loess' y una ventana de filtro del 1%. Solo se muestran los resultados de la curva respectiva al 30% de velocidad.

Se puede observar que el filtro seleccionado capta adecuadamente los diferentes movimientos y filtra eficientemente el ruido eléctrico, lo que permite obtener una señal más limpia y precisa de los pares medidos.

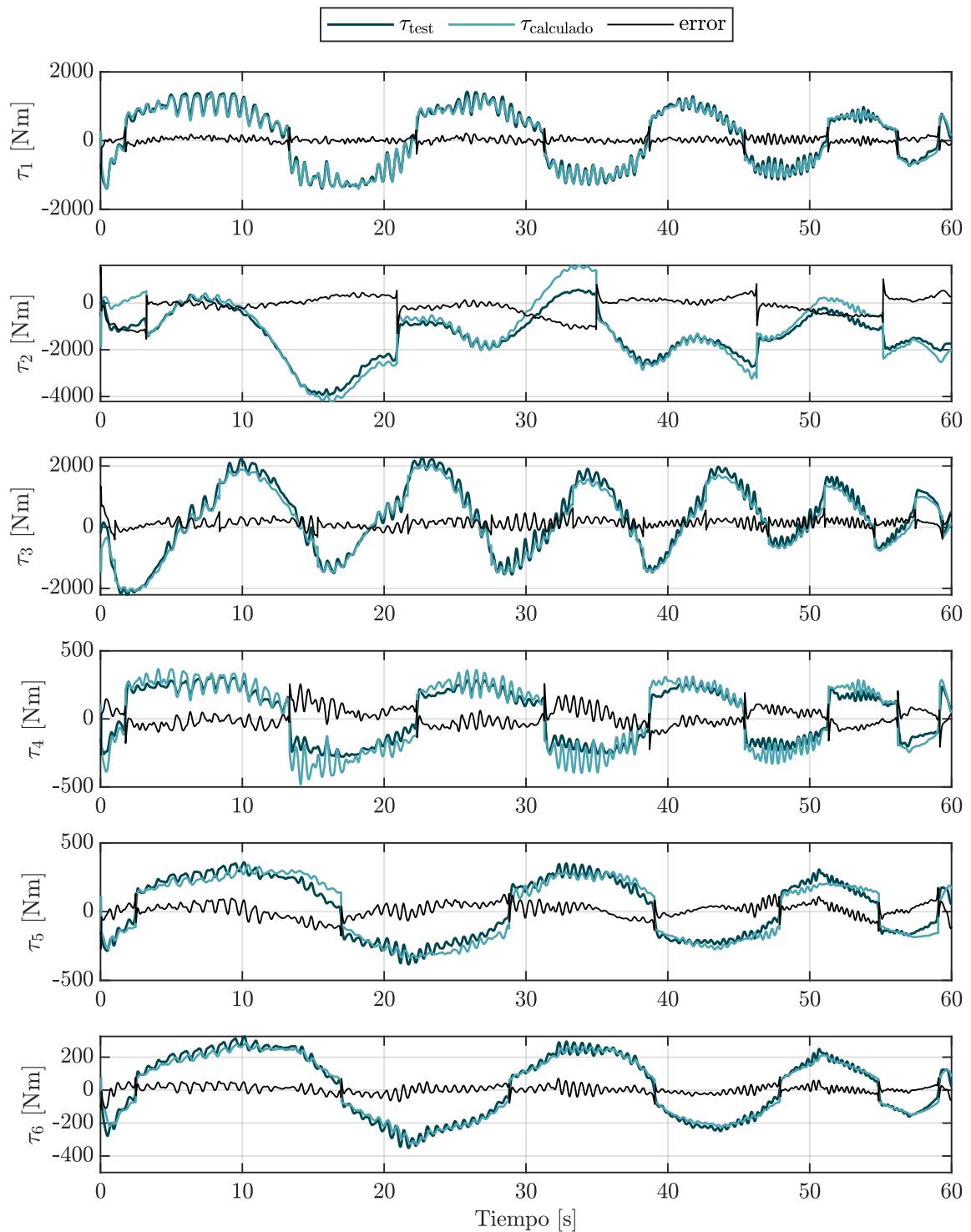


#### 4.2. Resultados entre modelo construido con todos los parámetros y solo con parámetros reducidos

Una vez determinado el filtro a utilizar se ha procedido a determinar los parámetros dinámicos: A continuación, se muestran los resultados obtenidos para el caso del modelo dinámico sin reducir parámetros dinámicos (Figura 5), y para el caso para el modelo con parámetros reducidos (Figura 6).



**Figura 5:** Comparativa entre los pares obtenidos experimentalmente y mediante el modelo cinemático construido con 60 parámetros.



**Figura 6:** Comparativa entre los pares obtenidos experimentalmente y mediante el modelo cinemático construido con 38 parámetros.

Si se observan las gráficas de par correspondientes al eje 2 ( $\tau_2$ ) de las Figuras 5 y 6, se pueden observar diferencias significativas entre el par de ensayo y el obtenido del modelo de simulación. El eje 2 del robot analizado, está provisto de un contrapeso hidroneumático. El cilindro de contrapeso está fijado entre los eslabones 1 y 2 restando a la articulación 2 una parte del par correspondiente del peso y de los movimientos dinámicos del robot. Además, si se analizan tanto las masas del eslabón 2 y 3, se observan que las masas obtenidas son negativas. Este resultado junto con la obtención de las mayores diferencias en par indica la necesidad de incluir este elemento en el modelo del robot en estudios futuros.

En la Tabla 4 se muestran los valores de los parámetros inerciales, considerando 60 y 38 parámetros.

**Tabla 4:** Propiedades dinámicas obtenidas considerando todos los parámetros dinámicos (60 parámetros) y parámetros reducidos (38 parámetros).

Pará.	60 Pará.	38 Pará.	Pará	60 Pará.	38 Pará..	Pará	60 Pará	38 Pará.
$m_1$	0.000	0.000*	$m_3$	-363.443	-377.055	$m_5$	0.000	0.000
$X_1$	0.000	0.000*	$X_3$	0.000	0.000	$X_5$	0.000	0.000
$Y_1$	0.000	0.000*	$Y_3$	0.000	0.000	$Y_5$	0.000	0.000
$Z_1$	0.000	0.000*	$Z_3$	0.000	0.000*	$Z_5$	0.000	0.000*
$Fv_1$	1753.423	1768.228	$Fv_3$	1027.075	987.037	$Fv_5$	507.970	488.481
$Fc_1$	400.316	399.582	$Fc_3$	340.952	341.080	$Fc_5$	121.154	121.451
$XX_1$	0.000	0.000*	$XX_3$	0.000	0.000*	$XX_5$	0.000	172.046
$XY_1$	0.000	0.000*	$XY_3$	34.814	35.667	$XY_5$	-13.033	-9.635
$XZ_1$	0.000	0.000*	$XZ_3$	14.700	44.367	$XZ_5$	0.807	11.483
$YY_1$	1061.433	2808.585	$YY_3$	394.131	0.000*	$YY_5$	0.000	0.000*
$YZ_1$	0.000	0.000*	$YZ_3$	-22.260	-22.192	$YZ_5$	45.506	63.010
$ZZ_1$	0.000	0.000*	$ZZ_3$	0.000	-41.357	$ZZ_5$	20.572	208.278
$m_2$	-136.197	-125.321	$m_4$	108.972	110.139	$m_6$	-7.479	-6.612
$X_2$	0.000	0.000	$X_4$	0.000	0.000	$X_6$	0.000	0.000
$Y_2$	0.000	0.000	$Y_4$	0.000	0.000	$Y_6$	0.000	0.000
$Z_2$	0.000	0.000*	$Z_4$	0.000	0.000*	$Z_6$	0.000	0.000*
$Fv_2$	-1068.0395	-1611.508	$Fv_4$	219.542	273.345	$Fv_6$	306.237	309.828
$Fc_2$	988.098	991.774	$Fc_4$	156.736	154.105	$Fc_6$	66.831	67.238
$XX_2$	0.000	-2065.845	$XX_4$	35.227	0.000*	$XX_6$	1.910	0.000*
$XY_2$	-417.864	-282.726	$XY_4$	-22.991	-41.856	$XY_6$	-10.308	3.856
$XZ_2$	662.730	446.339	$XZ_4$	2.2282	28.789	$XZ_6$	-6.881	-15.868
$YY_2$	2500.137	0.000*	$YY_4$	27.320	0.000*	$YY_6$	25.384	0.000*
$YZ_2$	-2208.986	-1559.214	$YZ_4$	40.683	70.765	$YZ_6$	-14.449	-0.327
$ZZ_2$	2925.056	2807.107	$ZZ_4$	5.278	376.373	$ZZ_6$	10.271	-0.937

\*Valores considerados nulos o dependientes de otros.

Muchos de los valores obtenidos carecen de sentido físico —como masas negativas o coeficientes de fricción excesivamente elevados— debido a que la metodología de caracterización minimiza el error cuadrático sin considerar la validez física de cada parámetro. Aunque esta limitación dificulta la evaluación de la coherencia física de los resultados, el procedimiento permite calcular con precisión el par ejercido por cada motor de las articulaciones, siempre que se utilicen de forma conjunta todos los parámetros obtenidos.

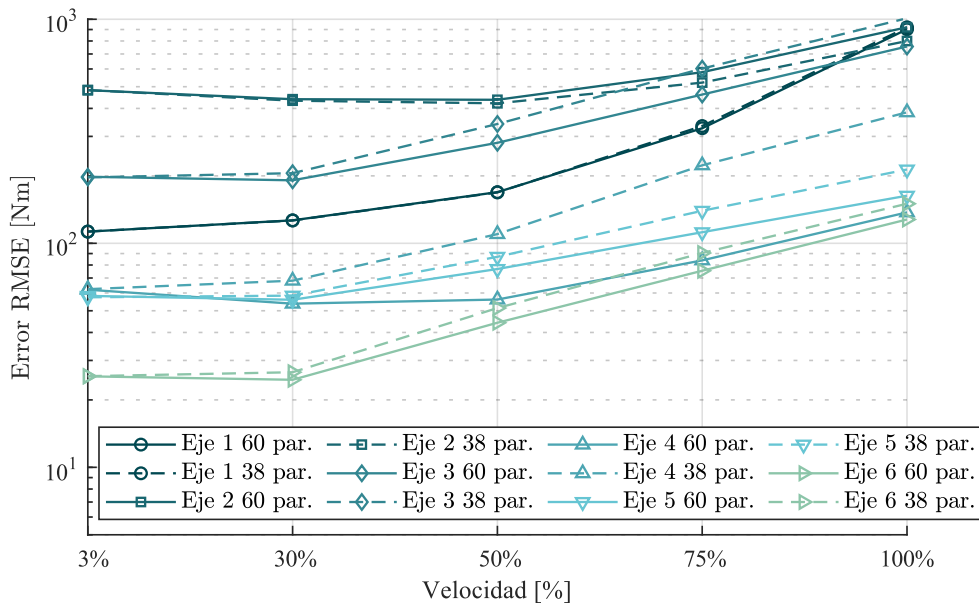
Resolver el sistema de ecuaciones para obtener valores físicamente coherentes resulta complejo, ya que se trata de un sistema sobredeterminado. Esto implica la existencia de un número infinito de soluciones, lo que hace que el conjunto de parámetros base obtenido sea indeterminado [15].

No obstante, con el fin de evaluar adecuadamente la idoneidad de los métodos de caracterización de parámetros dinámicos y profundizar en el análisis de los resultados, sería deseable que los parámetros estimados se mantuvieran dentro de rangos físicamente posibles. En la literatura se han propuesto enfoques para obtener un conjunto equivalente de parámetros dinámicos que respeten las restricciones físicas, como el método descrito por Yoshida y Khalil [16]. Sin embargo, estos métodos, además de aumentar la complejidad del procedimiento, requieren complementar los modelos iniciales con parámetros inerciales base, que en muchos casos no son proporcionados por los fabricantes de los robots.

Si se analizan, la variación de los valores de los parámetros obtenidos entre el caso de 60 y 38 parámetros, se observan las mayores diferencias entre los valores de las matrices de inercia de todos los brazos. Se puede observar también como tanto las masas de las articulaciones, los valores de las fricciones y los puntos de los centros de gravedad apenas difieren al utilizar un modelo completo o solo definido con parámetros concentrados. Esta

diferencia de resultados es atribuida a que, aunque en la metodología de cálculo se consideran las matrices de inercia simétricas, al ser los brazos del robot seleccionados poco simétricos, con masas puntuales en algunos extremos. Estas deben modificarse, incrementándose otros valores de la matriz de inercia, en el caso de que algún parámetro sea simplificado. Esto, indica la necesidad de considerar matrices de inercia no simétricas en cálculos futuros.

El tiempo de cálculo, depende de la señal de par introducido, en el presente trabajo se ha utilizado una señal de par con 28.384 posiciones el cual ha tardado 11.454 segundos en construir la matriz de inversión, en el caso de utilizar 60 parámetros y 8.805 segundos en el caso de utilizar 38 parámetros. Siendo esta una reducción de un 23% en el tiempo de cálculo. En lo respectivo a los errores de RMSE obtenidos con ambos modelos, observando la Figura 7, se puede concluir que la reducción de parámetros aumenta significativamente los errores de la predicción de par. Las mayores diferencias se han observado a las velocidades más altas.



**Figura 7:** Error RMSE según las velocidades de ejecución de la trayectoria seleccionada.

Se observa que los errores aumentan a medida que se incrementa la velocidad de ejecución de la trayectoria. Este efecto puede atribuirse a dos causas principales. En primer lugar, la frecuencia de adquisición del controlador ( $\approx 3$  Hz) resulta insuficiente para capturar con precisión la respuesta dinámica del robot, lo que provoca un incremento del error a velocidades más elevadas. En segundo lugar, al mantener constante la frecuencia de muestreo mientras se aumenta la velocidad de ejecución, el número de puntos capturados durante el recorrido se reduce proporcionalmente. Como consecuencia, la respuesta óptima obtenida por el modelo se ajusta mejor a las trayectorias con mayor densidad de muestras, que en este estudio corresponden a las velocidades más bajas.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se ha implementado una metodología de caracterización de parámetros dinámicos aplicada a robots industriales, destacando las siguientes conclusiones:

- Respecto al tipo y ventana de filtrado, los mejores resultados se han obtenido con un filtro de media móvil utilizando el método de ponderación 'Loess' y una ventana de filtrado del 1% de los puntos.
- Las mayores diferencias entre el par medido y calculado se han identificado en los ejes 2 y 3. Estas diferencias son atribuidas al efecto no lineal que introduce el contrapeso posicionado entre estos ejes.
- Comparando los resultados de un modelo dinámico con parámetros completos frente a un modelo de parámetros reducidos, se obtuvieron valores similares de error RMSE en ambos casos. Aunque la concentración de parámetros aumenta ligeramente el error RMSE, reduce significativamente el tiempo de cálculo.
- A pesar de que algunos parámetros obtenidos no presentan una interpretación física válida —como masas negativas o coeficientes de fricción excesivos—, la metodología empleada permite una estimación precisa del par generado por cada motor, siempre que se consideren de forma conjunta todos los parámetros ajustados.

## 6. Agradecimientos

El presentado trabajo ha sido financiado parcialmente por el Gobierno Vasco a través de los programas Bikaintek (Subvención N.º 020-B2/2020), el programa Elkartek (Subvención KK-2024/00024) y el programa Universidad-Empresa (Subvención PUE\_2024\_1º\_0019).

## 7. Referencias

- [1] Ji W., Wang L., “Industrial robotic machining: a review”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* **103**(1), 1239-1255 (2019)
- [2] Kubela T., Pochyly A., Singule V., “Assessment of industrial robots accuracy in relation to accuracy improvement in machining processes”, *2016 IEEE International Power Electronics and Motion Control Conference (PEMC)*, 720-725 (2016)
- [3] Denkena B. y Lepper T., “Enabling an Industrial Robot for Metal Cutting Operations”, *Procedia CIRP* **35**, 79-84 (2015)
- [4] Kim, S.H., Nam, E., Ha, T., Hwang, S.H., Lee, J.H., Park, S.H., Min, B.K. “Robotic Machining: A Review of Recent Progress”, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing* **20** (9), 1629-1642 (2019)
- [5] Gonzalez M. K., Theissen N., Agirre N., Larrañaga J., Hacala P., y Archenti A., “Influence of the velocity on quasi-static deflections of industrial articulated robots”, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology* **125**(3-4) (2023)
- [6] Dumas C., Caro S., Garnier S., Furet B., “Joint stiffness identification of six-revolute industrial serial robots”, *Robot Comput Integr Manuf* **27** (4), 881-888, (2011)
- [7] Nubiola A., Bonev I. A., “Absolute calibration of an ABB IRB 1600 robot using a laser tracker”, *Robot Comput Integr Manuf* **29**(1), 236-245 (2013)
- [8] Khalil W., Gautier M., Enguehard Ch., “Identifiable Parameters and Optimum Configurations for Robots Calibration”, *Robotica* **9**(1), 63-70 (1991)
- [9] Jubien A., Gautier M., Janot A., “Dynamic identification of the Kuka LWR robot using motor torques and joint torque sensors data”, *IFAC Proceedings Volumes* **47**(3), 8391-8396 (2014)
- [10] Kolyubin S. A., Shiriaev A. S., Jubien A., “Refining Dynamics Identification for Co-Bots: Case Study on KUKA LWR4+\*”, *IFAC-PapersOnLine* **50**(1), 14626-14631 (2017)
- [11] Leboutet Q., Roux J., Janot A., Guadarrama-Olvera J. R., Cheng G., “Inertial Parameter Identification in Robotics: A Survey”, *Applied Sciences* **11**, 4303 (2021)
- [12] Urrutia J., Izquierdo M., Ulacia I., Agirre N., Inziarte I., Larrañaga J., “The influence of counterbalance system on the dynamic characterization of heavy industrial robots”, *2025 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (2025)
- [13] Jubien, Anthony, «Identification dynamique des robots à flexibilités articulaires », Université de Nantes, Faculté des Sciences et des Techniques, Nantes, 2014
- [14] Gautier M., Khalil W., “Direct calculation of minimum set of inertial parameters of serial robots”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **6**(3), 368-373 (1990)
- [15] The MathWorks, Inc. (2025). MATLAB: smoothdata (R2025a). Recuperado de <https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/smoothdata.html>
- [16] Cleveland W. S., Devlin S. J., “Locally Weighted Regression: An Approach to Regression Analysis by Local Fitting”, *J Am Stat Assoc* **83**, 596-610 (1988)
- [17] Benimeli Andreu FJ., «Estimación de parámetros dinámicos en robots manipuladores», Universitat Politècnica de València, Valencia, 2005
- [18] Yoshida K., Khalil W., “Verification of the Positive Definiteness of the Inertial Matrix of Manipulators Using Base Inertial Parameters”, *International Journal of Robotics Research* **19**(5), 498-510 (2000)