

THESE

présentée

DEVANT L'UNIVERSITE PAUL SABATIER DE TOULOUSE (SCIENCES)

en vue de l'obtention

du TITRE de DOCTEUR de 3^e CYCLE (SCIENCES)

Specialite: Electronique, Electrotechnique, Automatique

Mention: Automatique

par

Ander ECHEVERRIA LARRAZABAL

Ingenieur. T.I. Eskola Politecnika - Mondragon

IDENTIFICATION ET OPTIMISATION D'UN FOUR TUNNEL D'INDUSTRIE CERAMIQUE

Soutenu Le 19 Décembre 1985 Devant La Commission d'Examen

MM. Y. SEVELY

Président

J.P. BABARY

D. BARRETEAU

M. COURDESSES

J.M. ZALDUA

} *Examineurs*

LAAS N°85 327

hèse a été préparée au Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des
s du C.N.R.S. - 7 avenue du Colonel Roche 31077 TOULOUSE CEDEX.



THESE

présentée

DEVANT L'UNIVERSITE PAUL SABATIER DE TOULOUSE (SCIENCES)

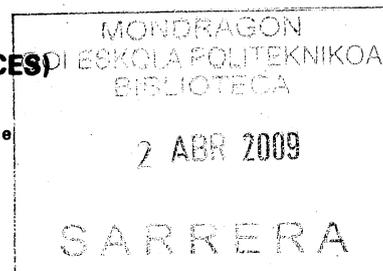
en vue de l'obtention

du TITRE de DOCTEUR de 3° CYCLE (SCIENCES)

Specialite:Electronique,Electrotechnique,Automatique

Mention:Automatique

par



Ander ECHEVERRIA LARRAZABAL

Ingenieur. T.I. Eskola Politecnika - Mondragon

IDENTIFICATION ET OPTIMISATION D'UN FOUR TUNNEL D'INDUSTRIE CERAMIQUE

Soutenu Le 19 Décembre 1985 Devant La Commission d'Examen

MM. Y. SEVELY

Président

J.P. BABARY

D. BARRETEAU

M. COURDESSES

J.M. ZALDUA

Examineurs

Rapport LAAS N°85 327

Cette thèse a été préparée au Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes du C.N.R.S. - 7 avenue du Colonel Roche 31077 TOULOUSE CEDEX.

ECHEVERRIA Ander

"Identification et optimisation d'un four tunnel
d'industrie céramique" - 108 p.

Thèse 3ème Cycle, Automatique, Toulouse III, 1985, N°3267

RESUME

Le processus thermique à contre courant présenté dans ce mémoire est modélisé par un système d'équations aux dérivées partielles non linéaire. Nous présentons une méthode numérique de résolution de ces équations. Après avoir simplifié ce modèle, nous procédons à une identification paramétrique, ceci étant fait à partir des mesures effectuées sur le processus. Nous exposons à la fin une étude d'optimisation. L'objectif est la détermination des conditions opératoires optimales par rapport à un critère énergétique, en tenant compte des contraintes physiques sur le processus et de la qualité du produit.

MOTS CLES :

- Systèmes à paramètres répartis,
 - Approximation,
 - Identification,
 - Optimisation
-

Date de soutenance : 19 décembre 1985

JURY : Président : Y. SEVELY
Membres : JP BABARY (L.A.A.S.)
D. BARRETEAU
M. COURDESSES
JM ZALDUA

DEPOT à la Bibliothèque Universitaire en 4 exemplaires

UNIVERSITE PAUL SABATIER

PRESIDENCE

M. CROS Administrateur Provisoire
M. MADAULE Vice-Président - Sciences
.....

ORDRE DES SCIENCES

HONORARIAT

M. AGID Professeur honoraire
M. BEDOS Professeur honoraire
M. CAPDECOMME .. Doyen honoraire, Recteur honoraire,
Correspondant de l'Institut,
Professeur honoraire
M. COLLETTE Professeur honoraire
Mlle de FERRE Professeur honoraire
M. DUPOUY Membre de l'Institut, Doyen honoraire,
Directeur honoraire du C.N.R.S.
Professeur honoraire
M. DURAND Emile .. Doyen honoraire, Professeur honoraire
M. FERT Professeur honoraire
M. GALLAIS Professeur honoraire, Membre de l'Institut
M. HURON Professeur honoraire
M. LAFOURCADE .. Professeur honoraire
M. LELUBRE Professeur honoraire
M. LESBRE Professeur honoraire
M. MARGULIS Professeur honoraire
M. MASDUPUY Professeur honoraire
M. MIGNONAC Professeur honoraire
M. ORLIAC Professeur honoraire
M. PERRIER Professeur honoraire
M. PILOD Professeur honoraire
M. SAPORTE Professeur honoraire
M. TEISSIE-SOLIER . Professeur honoraire
M. TRICHE Professeur honoraire

EMERITAT

M. AGID M. LELUBRE
Mlle de FERRE M. ORLIAC
M. FERT M. SAPORTE
M. HURON

CORPS ENSEIGNANT

PROFESSEURS DE CLASSE EXCEPTIONNELLE ET DE 1^{ère} CLASSE

M. LEDOUX Zoologie Appliquée
M. ANGELIER Zoologie
M. LAUDET Physique Théorique et Calcul Numérique
M. BLANC Physique Nucléaire
M. LEREDDE Botanique
M. LALAGUE Mathématiques Générales
M. BOUIGUE Astronomie
M. ASSELINEAU Chimie Biologique
M. MAURET Chimie Systématique
M. MONTANT Cryptogamie
M. GAUTIER Physique

M. CRUMEYROLLE . Mathématiques
M. GOURINARD Géologie
M. PULOU Minéralogie
M. CAMBOU Physique Spatiale
M. LACOSTE Electrotechnique
M. THIBAUT Mécanique Rationnelle et Appliquée
M. MASCART Mathématiques
M. MEDIONI Psychophysiologie
M. RAYNAUD P. Physiologie Animale
M. ZALTA Chimie Biologique
M. SEVELY Electrotechnique
M. POMMIEZ Mathématiques
M. REY Paul Biologie Végétale
M. COULOMB Physique
M. TRINQUIER Physique
M. MARONI Chimie
M. BEETSCHEN Biologie Générale
M. DERACHE Physiologie Animale
M. SATGE Chimie Organique
M. LATTES Chimie
M. VEDRENNE Géophysique
M. DURAND-DELGA . Géologie, Correspondant de l'Institut
M. CARRARA Physique
M. MAHENC Chimie
M. MIROUSE Géologie
M. BITSCH Zoologie
M. DEGEILH Physique
M. REY Gérard Génie Electrique
M. SICARD Biologie Génétique
M. SOUQUET Géologie
M. TOUZE Physiologie Végétale
M. FRASNAY Mathématiques (Algèbre et Combinatoire)
M. CASSAGNAU Zoologie
M. CAUSSINUS Mathématiques Appliquées (Statistiques
Appliquées)
M. PESCIA Physique
M. PICCA Physique de l'Atmosphère
M. BAUDIERE Botanique Fondamentale et Pyrénéenne
M. BARRANS Chimie Physique Organique
M. POILBLANC Chimie Minérale
M. PERENNOU Informatique
M. ATTEIA Mathématiques
M. CASTAN Informatique
M. REME Mesures Physiques
M. CUPPENS Mathématiques
M. BAUDRAS Chimie Biologique
M. BONNET Louis .. Biologie
M. BEAUFILS Informatique
M. CALVET Mécanique des Fluides
M. LETAC Mathématiques
M. BOUDET Physiologie Végétale
M. ABATUT Electronique, Electrotechnique, Automatique
M. DURAND Ph. Physique
M. BERTHELEMY .. Zoologie
M. MORUCCI Génie Biologique et Médical
M. TEYSSIER Systèmes Electroniques - Electrotechnique
M. CAVALIE Physiologie Végétale
M. HURAU Physique

PROFESSEURS DE 2ème CLASSE

M. MERIC Mathématiques Appliquées
 Mme LECAL Zoologie
 M. LARROQUE Physique
 Mme LAUDET- Mathématiques - Informatique
 LAPEYRE
 M. BERTRAND Chimie
 M. DESQ Mathématiques
 M. ROCARD Electronique
 M. GUERIN Mathématiques
 M. SCHNEIDER Biologie Cellulaire
 M. de LOTH Chimie Physique
 M. THENOZ Génie Civil
 M. FONTAN Physique Nucléaire
 M. PAGANI Physique
 M. TERJANIAN Mathématiques
 M. SOTIROPOULOS Chimie Organique
 M. VERDIER Physique
 M. ETTINGER Mathématiques
 M. JOSSERAND Mesures Physiques
 M. ROUTIE Génie Chimique
 M. COTTU Génie Mécanique
 Mme GERVAIS Chimie Inorganique
 M. LOUARN Génétique
 M. HERAULT Chimie
 M. GRANDET Génie Civil
 Mlle BARBANCE Mathématiques
 M. GILLY Génie Mécanique
 M. MARAL Mesures Physiques
 M. LEGRAND Génie Civil
 M. MAUSS Mécanique
 M. BETOURNE Informatique
 M. CAMPAN Psychophysiologie
 M. CLERC Mécanique
 M. GRIFONE Mathématiques
 M. COUOT Mathématiques, Analyse Numérique
 M. NGUYEN THANH Mathématiques
 VAN
 M. TRAVERSE Problèmes Chimiques de l'Energie
 M. ALRAN Génie Chimique
 M. REY J. Géologie Sédimentaire et Paléontologie
 M. DARTIGUENAVE Chimie Minérale Moléculaire
 M. PRADINES Mathématiques
 M. VIGNOLLE Informatique
 M. DEPARIS Embryologie
 M. MASSOL Chimie des Composés Organiques
 et Organominéraux d'intérêt biologique
 M. HARTMANN Mécanique
 M. ROUSSET Chimie Appliquée (Matériaux)
 M. HOLLANDE Biologie Cellulaire
 M. DUGAS Physique des Energies Nouvelles
 M. BENOIT-CATTIN Physique
 M. COMTAT Chimie Appliquée
 M. LANEELLE Biochimie
 M. LUGUET Informatique Fondamentale et Appliquée
 M. BONNET J.J. Chimie Minérale
 M. PERAMI Minéralogie et Matériaux
 M. AUDOUNET Mathématiques
 M. PERIE Chimie Organique
 M. AMBID Physiologie
 M. AURIOL Biologie
 M. COURVOISIER Electronique, Electrotechnique, Automatique
 M. FORTUNE Géologie
 Mlle RIVIERE Chimie
 M. TIRABY Biologie
 M. COMBES Génie Electrique
 M. DUBAC Mesures Physiques
 M. GUMOWSKI Mécanique
 M. HIRIART Mathématiques
 URRUTY
 M. BALLADORE Electronique et Electrotechnique
 M. HARAN Chimie Minérale
 M. RENUCCI Physique du Solide et Cristallographie
 Mme VAUCLAIR Astronomie, Physique Spatiale, Géophysique
 M. COLOMBEL Zoologie et Ecologie
 M. DURRIEU Biologie
 M. SAINT-MARC Mesures Physiques
 M. CORDIER Génie Mécanique
 M. JOFFROY Génie Electrique
 Mme VIDAL-ASTIE Informatique Théorique
 M. SCHEKTMAN Informatique
 M. BRUNET Electronique, Electrotechnique
 M. RIVIERE Chimie Organique
 M. SOULET Physique

M. VINCENSINI Electronique, Electrotechnique
 M. MARRE Géochimie, Minéralogie
 M. MONCHOUX Géochimie, Minéralogie
 M. TOROSSIAN Biologie
 Mme ESQUERRE Biologie
 TUGAYE
 M. GAY Génie Mécanique
 M. ARNAL Génie Mécanique
 M. POLI Informatique
 M. BRIOT Génie Electrique
 M. BURGAT Génie Electrique
 M. GUILHOT Systèmes Electroniques - Electrotechnique
 M. MATHIEU Probabilités, Statistiques

CHERCHEURS DU C.N.R.S.

DIRECTEURS DE RECHERCHE

M. BORILLO M.	M. LAURENT J.P.
M. BUI AI	M. LEGRIS P.
M. DECAMPS Henri	M. MALRIEU J.P.
M. ESTEVE D.	M. MARTINOT H.
M. GALLY J.	M. MAZEROLLES
M. GIRALT G.	M. PERMINGEAT F.
M. JOUFFREY B.	M. PRADAL
M. LABARRE J.F.	M. WOLF R.

MAITRES DE RECHERCHE

M. AGUILAR-MARTIN J.	M. JEREBOZOFF
M. ALCAYDE D.	M. LAPRIE J.C.
M. ALMARIC F.	M. MAGNE J.M.
M. APTEL Ph.	M. MAJORAL J.P.
Mme ASSELINEAU C.	Mme MARONI Y.
M. AYROLES R.	M. MATHIEU R.
M. AZEMA P.	Mme MATHIS
M. BABARY J.P.	M. MAYOUX Ch.
M. BACHELLERIE J.P.	M. MOINE B.
Mme BENAZETH N.	M. MUNOZ-YAGUE A.
M. BERNUSSOU J.	M. NAVECH
M. BERTHON G.	M. NIEL M.
M. BLASCO F.	Mme PAILLOUS N.
M. BLASQUEZ G.	M. PRAJOUX R.
M. BOSQUET J.M.	M. PROME J.C.
M. BUXO J.	M. ROSSEL P.
M. CASSOUX P.	M. ROUBELAT F.
M. CAZAUX L.	M. SANCHEZ V.
M. CHANDLER M.	M. SCHOTT J.
Mme DARTIGUENAVE M.	M. SERVANT J.
M. DAUDEY J.P.	M. SEVELY J.
M. DIAZ M.	Mme STEVENS B.
M. DRUILHET A.	M. TOCANNE J.F.
Mme DUPRAT A.M.	M. TOLLON F.
M. FORT B.	M. VACQUIE S.
M. HAWKES P.	M. VAUCLAIR G.
M. HOUALLA D.	M. VIDALLON CI
M. HURLEY K.	

CORPS DES OBSERVATOIRES ASTRONOMIQUES
 ET INSTITUTS DE PHYSIQUE DU GLOBE

Mme ANDRILLAT Y. Astronome titulaire
 M. COUPINOT G. ... Astronome adjoint
 M. LEROY J.L. Astronome adjoint
 M. LOUBET P. Physicien adjoint
 M. MULLER R. Astronome adjoint
 M. PEDOUSSAUT A. ... Astronome adjoint
 M. QUERCI F. Astronome adjoint
 M. ROZELOT J.P. ... Physicien adjoint
 M. SAISSAC J. Physicien titulaire
 M. ZAHN J.P. Astronome titulaire

ADMINISTRATION

M. PRINEAU Secrétaire Général de l'Université

Nere aita ta amari

Nere anai ta nere arebari.

AVANT - PROPOS

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes du C.N.R.S. et plus particulièrement au sein de l'équipe "Processus à Paramètres Répartis - Processus Biotechnologiques".

Je tiens à remercier :

- Monsieur Y. SEVELY, Professeur à l'Université Paul Sabatier, qui est à l'origine de mes études d'Automatique à l'U.P.S. et qui a accepté de présider le jury de cette thèse.

- Monsieur J.P. BABARY, Directeur de Recherche au C.N.R.S., qui a bien voulu m'accueillir au sein de son équipe et qui a accepté de diriger mon travail.

- Monsieur M. COURDESSES, Maître-Assistant à l'Université Paul Sabatier, dont les critiques et conseils ont contribué à l'aboutissement de cette thèse.

- Monsieur D. BARRETEAU, Maître de Conférences à l'Institut de Génie Chimique de Toulouse, pour sa collaboration.

- Monsieur J.M. ZALDUA, Promoteur Industriel en nouvelles technologies du L.K.S. (Caja Laboral Popular).

Qu'ils trouvent en ce mémoire le témoignage de ma profonde gratitude pour l'honneur qu'ils me font en participant à la commission d'examen.

Je tiens également à remercier :

- Monsieur S. IPPOLITO pour son aide particulièrement efficace dans la correction de ce mémoire.

- Les membres du Service Informatique (S.I.S.) pour leur disponibilité.

- Le Service de Documentation et d'Imprimerie du Laboratoire qui a assuré la réalisation matérielle de ce mémoire et en particulier Madame E. DUFOUR à qui je dois la dactylographie.

- Tous mes collègues d'équipe et mes amis du L.A.A.S. pour l'ambiance sympathique qu'ils entretiennent et le soutien qu'ils m'ont toujours manifesté.

Je n'oublierai pas tous mes "copains" basques à Toulouse, pour la solidarité et la disponibilité dont ils ont fait preuve.

Je tiens également à exprimer toute ma reconnaissance au groupe folklorique DENAK BAT de Colomiers, notamment Monsieur Beriat FERNANDEZ, pour la sympathie et l'amitié que j'ai trouvées en eux.

TABLE DES MATIÈRES

-:-:-

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I - MODELISATION	5
I.1 Introduction	5
I.2 Principes de la cuisson en céramique	6
I.3 Description du processus	8
I.4 Elaboration d'un modèle mathématique	9
I.4.1. Introduction	9
I.4.2. Hypothèses simplificatrices	10
I.4.3. Formulation mathématique	10
I.4.4. Expressions des coefficients de transfert	12
I.5 Conclusion	12
CHAPITRE II - SIMULATION DYNAMIQUE	17
II.1 Introduction	17
II.2 Méthode des différences finies	19
II.2.1. Principe de la méthode	19
II.2.2. Schémas de discrétisation	20
II.2.3. Propriétés du schéma de discrétisation	21
II.3 Simulation du modèle mathématique	22
II.3.1. Algorithme de résolution numérique	22
II.3.2. Détermination de la température de la paroi Résolution de l'équation polynomiale.	22

II.3.2.1. Méthode d'approximations successives	24
II.3.2.2. Méthode de recherche unidirectionnelle non contrainte	25
II.3.3. Résolution des équations aux dérivées partielles (E.D.P.)	28
II.3.3.1. Equations des gaz et de la charge	28
II.3.3.1.1. Schéma de CARLSON	29
II.3.3.1.2. Schéma implicite	30
II.3.3.2. Résolution de l'équation du socle	33
II.3.3.2.1. Discrétisation de l'E.D.P.	34
II.3.3.2.2. Discrétisation des conditions aux limites	35
II.3.4. Résultats	36
II.3.5. Conclusion	39
CHAPITRE III - ETUDE DU MODELE : SIMPLIFICATION - SENSIBILITE DE LA SOLUTION	41
III.1 Introduction	41
III.2 Simplification du modèle	42
III.2.1. Elimination des transitoires rapides	42
III.2.2. Simplification des expressions des coefficients de transfert thermique	44
III.3 Résolution du modèle simplifié	47
III.3.1. Résultats numériques	50
III.4 Etude numérique de la sensibilité	53
III.4.1. Introduction	53
III.4.2. Sensibilité par rapport aux conditions aux limites	54
III.4.3. Sensibilité aux paramètres de structure et d'entrée	54
III.4.3.1. Sensibilité aux paramètres de structure	58
III.4.3.2. Sensibilité aux paramètres d'entrée	60
III.5 Conclusion	60

CHAPITRE IV - IDENTIFICATION ET OPTIMISATION STATIQUE	61
IV.1 Introduction	61
IV.2 Nécessité de l'identification	62
IV.3 Mesures expérimentales	63
IV.4 Identification du modèle	66
IV.4.1. Méthode d'identification	66
IV.4.2. Critère d'optimisation	67
IV.4.3. Choix des paramètres d'identification	67
IV.5 Résultats	68
IV.6 Optimisation du fonctionnement. Position du problème	70
IV.7 Formulation mathématique	71
IV.7.1. Formulation du critère	71
IV.7.2. Formulation des contraintes	71
IV.8 Résolution du problème	72
IV.8.1. Fonction de pénalisation du gradient dans la zone du "point quartz"	72
IV.8.2. Fonction de pénalisation pour le palier de cuisson.	74
IV.9 Application au four tunnel	75
IV.10 Résultats	77
IV.11 Conclusion	80
CONCLUSION GENERALE	81
ANNEXE 1	85
ANNEXE 2	95
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	99

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les augmentations successives du coût des énergies ont bouleversé les économies de la plupart des pays du monde. Ce phénomène a principalement marqué les industries grandes consommatrices d'énergie. L'industrie céramique qui en fait partie, utilise à elle seule 3% de l'énergie consommée par l'industrie française.

Ce problème a obligé constructeurs et utilisateurs à fournir des efforts très importants dans le développement de la technologie des unités de production. Cela se fait en passant par l'automatisation et la mécanisation des installations, afin de réduire les différents coûts.

Dans notre cas, le four est déjà construit et payé. Son prix de revient n'entre plus en ligne de compte. Par contre, des mesures d'Organisation Scientifique du Travail sont déjà prises, pour obtenir le meilleur, en termes économiques, des ressources disponibles : gestion de la main d'oeuvre, amélioration des coefficients d'utilisation des machines et des installations. Toutefois, le prix d'exploitation : l'énergie thermique en particulier, est un élément sur lequel on peut envisager encore des économies.

En effet, les fours tunnels réalisés actuellement pour la cuisson utilisent 300 à 400 kilocalories par tonne de produits cuits, alors que, le minimum théorique est d'une cinquantaine de kilocalories par tonne de produits cuits. Cela correspond à un faible rendement (16%). Les spécialistes dans ce domaine, estiment que des améliorations peuvent être apportées par une étude fine du fonctionnement de ces processus.

L'objectif à atteindre est la réduction de la consommation énergétique. Une série de travaux théoriques et appliqués a été entreprise dans le cadre d'un contrat Recherche - Industrie entre le L.A.A.S., l'Institut de Génie Chimique (I.G.C.) et les Etablissements GELIS de Colomiers. Cette étude vise l'amélioration de fonctionnement d'un four de cuisson de tuiles.

C'est sur la base de ces travaux que nous avons abordé notre étude. Dans ce mémoire nous présentons essentiellement les études de la modélisation et de l'optimisation du fonctionnement de ce four.

Dans le premier chapitre, une description générale du processus à étudier est donnée. Ensuite, un modèle mathématique est établi sur la base d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. Le modèle est un système d'équations aux dérivées partielles non linéaire à deux dimensions spatiales. Il représente le fonctionnement thermique des fours tunnels.

Le système d'équations complexe est difficile à résoudre. Cela nous amène à déterminer une solution approchée, par utilisation d'une méthode de discrétisation aux différences finies. Nous présenterons un nouveau schéma de discrétisation simple à mettre en oeuvre et bien adapté aux processus à contre-courant. Ceci fera l'objet du deuxième chapitre.

Du fait de la complexité du modèle, nous essayons, dans la première partie du troisième chapitre, de simplifier autant que possible le modèle, nous permettant ainsi de réduire considérablement le temps de calcul de la solution. Ensuite, une étude de sensibilité complète est effectuée. Elle aboutira au choix des paramètres susceptibles d'être identifiés.

Dans le quatrième et dernier chapitre, afin de valider le modèle retenu, le problème de l'identification est traité, malgré la

difficulté d'obtention de mesures suffisamment fiables. Nous avons mis en évidence l'intérêt actuel qui est, pour des raisons économiques, l'optimisation du fonctionnement des fours, en particulier les fours d'industrie céramique. Cet objectif sera atteint par l'obtention d'un régime nominal de fonctionnement. Il assurera une consommation énergétique réduite tout en respectant les contraintes sur le gradient thermique, qui sont directement liées à la qualité du produit.

CHAPITRE I

-:-:-

MODÉLISATION

-:-

I.1. INTRODUCTION

En général, les études orientées vers la commande des processus nécessitent l'établissement d'un modèle caractérisant, de la meilleure façon possible, l'évolution des sorties pour certaines classes de signaux d'entrée.

Lorsqu'on travaille avec des processus mettant en jeu des phénomènes physico-chimiques, ce modèle présente, en général, un caractère réparti. L'espace et le temps interviennent de façon continue et le modèle mathématique comporte des équations aux dérivées partielles (E.D.P.).

Une modélisation de type interne basée sur une étude profonde des phénomènes de transfert thermique, permet de déduire un modèle dont les coefficients ont une signification physique concrète. Il s'agit d'un "modèle de connaissance".

Nous présentons ici le modèle mathématique établi par M. BARRETEAU, de l'Institut de Génie Chimique de Toulouse.

Avant de décrire ce modèle, nous allons présenter quelques aspects du principe de la cuisson de l'argile dans le domaine de l'industrie céramique.

I.2. PRINCIPES DE LA CUISSON EN CERAMIQUE [1] [3]

Le procédé de fabrication des produits rouges peut être divisé en quatre phases :

- Préparation de la pâte
- Découpage et formage
- Séchage
- Cuisson.

La solidité du produit est faible après les trois premières phases, parce que la cohésion des particules entre-elles est faible. C'est pendant la phase de cuisson que les hautes températures provoquent des modifications de structure qui conduisent à une consolidation des liens entre les particules et fournissent un matériau d'excellentes caractéristiques mécaniques.

Par conséquent, la cuisson constitue le stade le plus important dans la production des produits rouges tels que briques, tuiles, etc...

Les principaux effets produits au cours de la cuisson sont:

- la vitrification
- les transformations cristallines
- la solidification par saturation des valences libres.

La bonne maîtrise de ces transformations conduira à l'obtention de produits de qualité. Tout cela montre l'importance de la collaboration avec le céramiste. Il doit fournir ses connaissances sur les matières premières de façon à pouvoir déterminer un cycle de chauffage et de refroidissement convenable.

Le début du cycle thermique s'effectue à faible gradient de température pour assurer le dégagement de l'eau résiduelle en évitant la formation de "coeurs noirs" entraînant une diminution de la résistance mécanique.

Ensuite, l'eau de cristallisation est éliminée à partir de 800°K lorsque la kaolinite se transforme en métakaolinite. Une trop grande vitesse de chauffe pourrait provoquer la pulvérisation du produit.

C'est pendant la phase des hautes températures que commence une solidification graduelle du produit. Le palier de cuisson doit avoir une durée suffisante pour que l'homogénéisation de la température soit atteinte. Cela permet la vitrification en profondeur qui donne un produit de forte résistance mécanique.

Enfin, le refroidissement doit être réalisé lentement pour le passage dans la zone du "point quartz" (point critique situé à 850°K) afin de permettre une stabilisation parfaite de la structure cristalline.

La quantification de ces contraintes est surtout liée aux caractéristiques géométriques du produit à cuire, notamment l'épaisseur. Pour les tuiles cuites dans le four tunnel des Etablissements GELIS, l'ensemble des essais a permis d'énoncer un certain nombre de contraintes auxquelles le produit doit être soumis :

- Aussi bien au chauffage qu'au refroidissement, la transition en température entre 773 et 923°K doit être effectuée en 3,5 heures au minimum.
- Le maintien du produit à cuire à des températures supérieures à 1290°K doit être de 3 heures au minimum.

Le respect de ces contraintes permettra d'obtenir un produit de bonnes caractéristiques mécaniques.

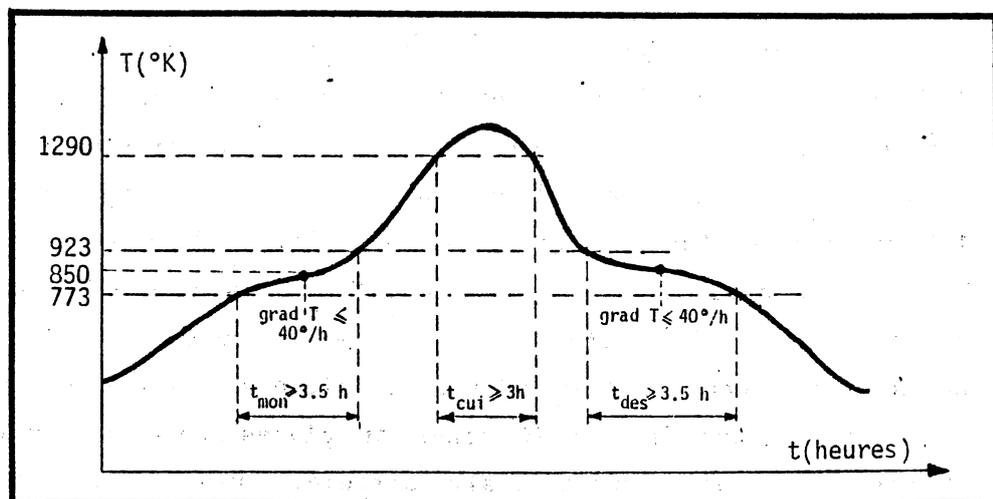


Figure 1. Profil de cuisson des tuiles.

1.3. DESCRIPTION DU PROCESSUS [17]

Le four, qui correspond à notre étude, est un four tunnel de type "Casing" de cuisson de tuiles avec une production maximale de 90000 tuiles par jour. (Figure 1.2)

C'est un four moderne permettant une consommation d'énergie réduite. Il comporte une maçonnerie et une structure isolante dont la nature et l'épaisseur dépendent du niveau de température interne; afin de réduire les pertes de chaleur à leur strict minimum.

Un train de 28 wagons supporte des cazettes en forme de U en matériau réfractaire (300 par wagon). Chaque cazette contient 15 tuiles placées verticalement et parallèles au sens de déplacement du wagon pour garantir une cuisson homogène de toutes les tuiles.

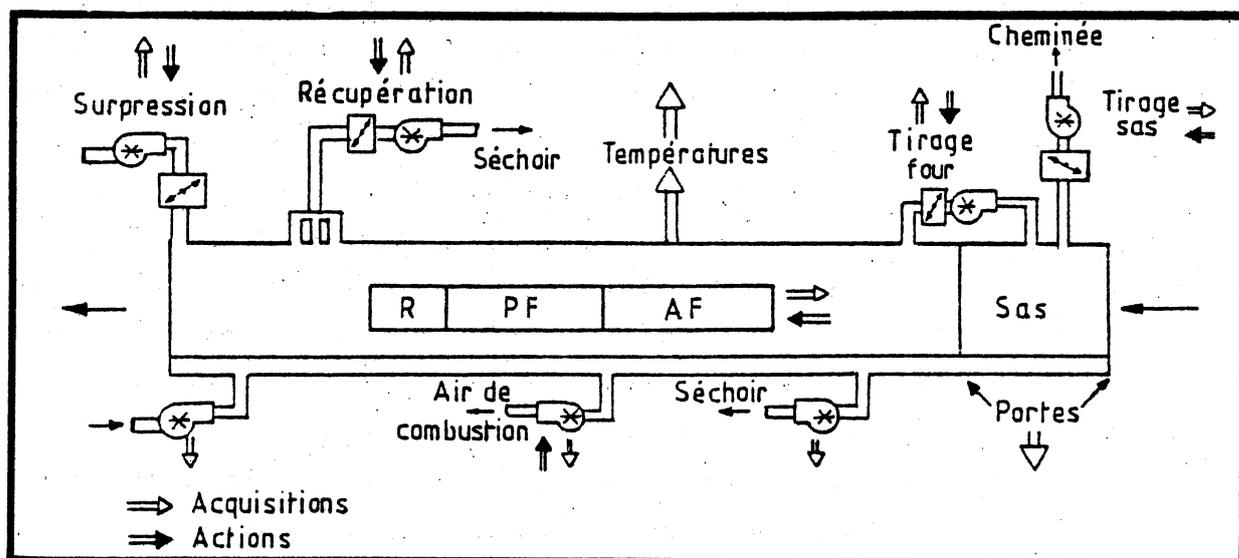


Figure 1.2. Vue schématique du four

Considéré sous l'angle de la thermodynamique, le comportement global du procédé thermique peut être assimilé à un échangeur de chaleur à contre-courant. Le train des wagons avance de façon discontinue, par poussées de 1,6 mètre à une cadence dont la période peut varier de 30 à 150 minutes en fonction de la productivité souhaitée. Un courant gazeux (air + gaz de combustion) circule dans le four à contre-courant des wagons, afin de refroidir la charge dans la zone de sortie et de la préchauffer dans la zone d'entrée. L'énergie calorifique est fournie par 56 brûleurs "JET" à gaz regroupés sur 10 zones et placés dans la partie médiane du four. De plus, un courant d'air circule, aussi à contre-courant sous les wagons afin de refroidir les parties métalliques. L'étanchéité entre les deux courants gazeux est réalisée par un joint de sable sur les bords

latéraux des wagons et par un joint d'isolant entre les wagons eux-mêmes. Nous pouvons considérer qu'il n'y a pas de gaz circulant entre les deux courants, ni d'entrées d'air parasite génératrice de pertes de chaleur.

Pour la commande du four, une série de capteurs et d'actionneurs a été mise en place :

*** Actionneurs :**

- Une entrée d'air à la sortie du four (air secondaire)
- Un récupérateur d'air chaud dans la zone de refroidissement (air envoyé au séchoir) (R.D.)
- Un ensemble de 3 refroidisseurs rapides (R.R.)
- 56 brûleurs alimentés en gaz et air de combustion ("air primaire")
- Une cheminée d'extraction des fumées située à l'entrée du four.

*** Capteurs :**

- Thermocouples de type "K" situés sous la voûte pour mesurer la température du courant gazeux.
- Potentiomètres de recopie donnant le pourcentage d'ouverture des modulants des R.R., R.D. et le débit d'air secondaire.

I.4. ELABORATION D'UN MODELE MATHEMATIQUE

I.4.1. Introduction

Les équations qui traduisent le fonctionnement thermique du four ont été obtenues en écrivant les bilans de quantité de matière et d'énergie [2] [4].

Le modèle décrit ici, tient compte des transferts de chaleur [5] [6] relevant de la convection et du rayonnement entre les différents éléments constitutifs du four qui sont pris en considération : la charge (T), le mélange gazeux (G), la paroi (P), le socle du wagon (S) et le gaz circulant sous le socle (G1). Le phénomène de la conduction a seulement été considéré dans le socle des wagons.

I.4.2. Hypothèses simplificatrices

La modélisation ne doit pas être excessivement complexe, afin d'obtenir un système d'équations utilisables sans trop de difficultés sur le plan numérique, mais suffisamment précises pour qu'elles puissent fournir une représentation assez fidèle du fonctionnement du four. Par conséquent, nous avons envisagé les hypothèses simplificatrices suivantes :

- 1) La charge est composée de tuiles et de cazettes. Elle est supposée de température uniforme sur une section droite.
- 2) La conduction dans la charge et dans le gaz est supposée négligeable.
- 3) Le gaz est supposé circuler parallèlement à l'axe du four. Par contre, sa vitesse peut être différente entre les tuiles (régime laminaire), ou entre les cazettes et la paroi (régime turbulent).
- 4) Il existe un transfert conductif vertical dans le socle du wagon. Par contre, les transferts horizontaux seront négligés.
- 5) La conduction dans la paroi n'est importante que dans le sens axial du four.
- 6) L'épaisseur du gaz est supposée mince en ce qui concerne le rayonnement.
- 7) Les corps sont considérés tels des "corps gris".
- 8) Les chaleurs des réactions endothermiques mises en jeu sont supposées uniformément réparties sur une portion du four.

I.4.3. Formulation mathématique

La prise en compte de ces hypothèses nous a conduit à un modèle mathématique sous la forme d'un système d'équations aux dérivées partielles (E.D.P.), non linéaires, de type hyperbolique (sauf pour le socle), couplées et d'une équation polynomiale également non linéaire. La signification de la notation employée est indiquée dans l'annexe 1.

Les équations sont :

A) Bilan thermique dans la charge, de température $T(x,t)$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_T S_T C_T T) + \frac{\partial}{\partial x} (U_T \rho_T C_T T) =$$

$$= \alpha_{TG} \cdot (G - T) + \beta_{TG} \cdot (G^4 - T^4) + \beta_{TP} \cdot (P^4 - T^4) + \beta_{TS} \cdot (S^4(y=0) - T^4) + \Delta H(x)$$

$$\forall x \in]0, L] \quad \forall t > 0$$

$$\text{C.I. (1)} \quad T(x,0) = T_0(x) \quad \forall x \in \Omega = [0,L]$$

$$\text{C.L. (1)} \quad T(0,t) = T_1(t) \quad \forall t > 0$$

(1) C.I. : conditions initiales

C.L. : conditions aux limites

B) Bilan thermique dans le mélange gazeux, de température $G(x,t)$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\rho_G \cdot S_G \cdot C_G \cdot G) - \frac{\partial}{\partial x} (U_G \cdot \rho_G \cdot S_G \cdot C_G \cdot (G - G_A)) = \\ & = \alpha_{TG} \cdot (T - G) + \alpha_{PG} \cdot (P - G) + \alpha_{GS} \cdot (S(y=0) - G) + \beta_{TG} \cdot (T^4 - G^4) + \\ & + \beta_{PG} \cdot (P^4 - G^4) + \beta_{GS} \cdot (S^4(y=0) - G^4) + \sum_{i=1}^{NB} \delta(x-x_i) \cdot Q_{BRI} \\ & \forall x \in [0, L[\quad , \quad \forall t > 0 \end{aligned}$$

$$\text{C.I.} \quad G(x,0) = G_0(x) \quad \forall x \in \Omega$$

$$\text{C.L.} \quad G(L,t) = G_1(t) \quad \forall t > 0$$

C) Bilan thermique dans le gaz circulant sous le socle des wagons, de température $G1(x,t)$ $\forall x \in [0, L[$, $\forall t > 0$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{G1} S_1 C_{G1} G1) - \frac{\partial}{\partial x} (U_1 \rho_{G1} S_1 C_{G1} G1) = \alpha_{SG1} \cdot (S_{y=HS} - G1)$$

$$\text{C.I.} \quad G1(x,0) = G1_0(x) \quad \forall x \in \Omega$$

$$\text{C.L.} \quad G1(L,t) = G1_1(t) \quad \forall t > 0$$

D) Bilan thermique dans le socle des wagons, de température $S(x,y,t)$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_S C_S S) + \frac{\partial}{\partial x} (U_T \rho_S C_S S) - \lambda_S \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} = 0 \quad \begin{array}{l} \forall x \in]0, L[\\ \forall y \in]0, HS[\\ \forall t > 0 \end{array}$$

$$\text{C.I.} \quad S(x,y,0) = S_0(x,y) \quad \begin{array}{l} \forall x \in \Omega \\ \forall y \in [0, HS] \end{array}$$

C.L.

1) pour $y=0$ et $\forall x \in \Omega$ $\forall t > 0$

$$-\lambda_S \frac{\partial S}{\partial y} \cdot L_S = \alpha_{GS} \cdot (G-S) + \beta_{GS} \cdot (G^4 - S^4) + \beta_{PS} \cdot (P^4 - S^4) + \beta_{TS} \cdot (T^4 - S^4)$$

2) pour $y = HS$ et $\forall x \in \Omega$ $\forall t > 0$

$$-\lambda_S \cdot \frac{\partial S}{\partial y} \cdot L_S = \alpha_{SG1} \cdot (S-G1)$$

3) pour $x = 0$ $\forall y \in]0, HS[$ $\forall t > 0$

$$S(0, y, t) = S_1(y)$$

E) Bilan thermique dans la paroi, de température $P(x, t)$

$$0 = \alpha_{PG} \cdot (P-G) + \beta_{PG} \cdot (P^4 - G^4) + \beta_{TP} \cdot (P^4 - T^4) + \alpha_{PT_a}(x) \cdot (P - T_a) + \beta_{PS} \cdot (P^4 - S^4(y=0))$$

F) Bilan massique

$$\frac{\partial}{\partial x} \text{DMG} = \frac{\partial}{\partial x} (U_G \cdot \rho_G \cdot S_G) = - \sum_{i=1}^{NB} \delta(x-x_i) \cdot D_{Ri} - \sum_{j=1}^{NRR} \delta(x-x_j) \cdot D_{rrj} +$$

$$\cdot \text{C.L.} \quad \text{DMG}(L) = \text{DMG}_0 + \text{REC} \cdot \delta(x-x_T)$$

I.4.4. Expressions des coefficients de transfert thermique

A) Coefficients de transfert radiatif.

$$\beta_{TG} = \sigma \cdot \epsilon \cdot \{ (\epsilon_{G1} \cdot G^4 - \alpha_{1GT}^* \cdot T^4) \cdot (L_T + L_U - L_{SVP}^{-9} \cdot L_{PVT}) + (\epsilon_G \cdot G^4 - \alpha_{GT}^* \cdot T^4) \cdot (L_{SVP}^{-9} \cdot L_{PVT}) \} / (G^4 - T^4)$$

$$\beta_{PG} = \sigma \varepsilon \cdot \left\{ \left[\alpha_{GP}^* \cdot P^4 - \varepsilon_G \cdot G^4 \right] \cdot L_P / (1 - (1 - \varepsilon)^2 (1 - \varepsilon_G)^2) \right\} / (P^4 - G^4)$$

$$\beta_{GS} = \sigma \varepsilon \cdot \left\{ \left[\alpha_{GS}^* \cdot S^4 - \varepsilon_G \cdot G^4 \right] \cdot L_S / (1 - (1 - \varepsilon)^2 (1 - \varepsilon_G)^2) \right\} / (S^4 - G^4)$$

$$\beta_{TP} = \sigma \varepsilon^2 \cdot \left\{ \left[(1 - \alpha_{GP}^*) \cdot P^4 - (1 - \alpha_{GT}^*) \cdot T^4 \right] \cdot L_{PVT} / (1 - (1 - \varepsilon)^2 (1 - \alpha_{GT}^*) (1 - \alpha_{GP}^*)) \right\} / (P^4 - T^4)$$

$$\beta_{TS} = \sigma \varepsilon^2 \cdot \left\{ \left[(1 - \alpha_{GS}^*) \cdot S^4 - (1 - \alpha_{GT}^*) \cdot T^4 \right] \cdot L_{SVP} / (1 - (1 - \varepsilon)^2 (1 - \alpha_{GS}^*) (1 - \alpha_{GT}^*)) \right\} / (S^4 - T^4)$$

$$\beta_{PS} = \sigma \varepsilon^2 \cdot \left\{ \left[(1 - \alpha_{GS}^*) \cdot S^4 - (1 - \alpha_{GP}^*) \cdot P^4 \right] \cdot (L_S - L_{SVP}) / (1 - (1 - \varepsilon)^2 (1 - \alpha_{GS}^*) (1 - \alpha_{GP}^*)) \right\} / (S^4 - P^4)$$

B) Coefficients de transfert convectif.

$$\alpha_{PG} = 0.0288 \cdot \frac{\lambda_G}{L-x} \cdot \left[\frac{v_t \cdot \rho_G \cdot (L-x)}{\mu_G} \right]^{0.8} \cdot \left[\frac{C_G \cdot \mu_G}{\lambda_G} \right]^{0.33} \cdot L_P$$

$$\alpha_{GS} = \alpha_{PG} \cdot L_S / L_P$$

$$\alpha_{TG} = A_{GT} \cdot L_T + A_{GU} + L_U$$

où :

$$A_{GT} = \frac{1.066 \cdot \lambda_G}{RH} \cdot \left[\frac{v_1 \cdot \rho_G \cdot L_o}{\mu_G} \right]^{0.1} \cdot \left[\frac{C_G \cdot \mu_G}{\lambda_G} \right]^{0.33}$$

$$A_{GU} = \frac{0.0058 \cdot \lambda_G}{RH2} \cdot \left[\frac{v_t \cdot \rho_G \cdot L_o}{\mu_G} \right]^{0.81} \cdot \left[\frac{C_G \cdot \mu_G}{\lambda_G} \right]^{0.33}$$

$$\alpha_{SG1} = 0.0288 \cdot \frac{\lambda_{G1}}{L-x} \cdot \left[\frac{v_S \cdot \rho_{G1} \cdot (L-x)}{\mu_{G1}} \right]^{0.8} \cdot \left[\frac{C_{G1} \cdot \mu_{G1}}{\lambda_{G1}} \right]^{0.33} \cdot L_S$$

Nota : $v_S \cdot \rho_{G1} = DSS/S_1$

C) Coefficients d'absorptivité et d'émissivité

$$\alpha_{1GT}^* = 0.0178 + 0.0283 \times \exp(-0.0014 \cdot (T-1000)) \cdot (G/T)^{0.45}$$

$$\alpha_{GT}^* = 0.031 + 0.04 \times \exp(-0.0014 \cdot (T-1000)) \cdot (G/T)^{0.45}$$

$$\alpha_{GP}^* = 0.031 + 0.04 \times \exp(-0.0014 \cdot (P-1000)) \cdot (G/P)^{0.45}$$

$$\alpha_{GS}^* = 0.031 + 0.04 \times \exp(-0.0014 \cdot (S-1000)) \cdot (G/S)^{0.45}$$

$$\varepsilon_G = 0.031 + 0.04 \times \exp(-0.0014 \cdot (G-1000))$$

$$\varepsilon_{G1} = 0.0178 + 0.0283 \times \exp(-0.0014 \cdot (G-1000))$$

Remarque 1 : Le calcul de α'_{TG} nécessite la connaissance des deux vitesses du gaz régnant à l'intérieur d'une cazette V_1 et V_t . [5] [6]. Ces deux termes sont calculés par résolution du système :

$$V_1 \cdot S_{G1} + V_t \cdot S_{G2} = DMG / \rho_G \quad (1.1)$$

$$V_t = (0.145 \cdot G^{0.575}) \cdot V_1^{0.552} \quad (1.2)$$

Pour éviter une procédure itérative, nous approximations l'expression (1.2) par :

$$V_t^2 = (0.145 \cdot G^{0.575})^2 \cdot V_1 \triangleq CV \cdot V_1$$

et par substitution dans (1.1), nous obtenons une simple équation du deuxième degré à résoudre :

$$V_t^2 \cdot \frac{S_{G1}}{CV} + S_{G2} \cdot V_t - \frac{DMG}{\rho_G} = 0$$

Remarque 2 : Valeur de $\alpha_{PT_a}(x)$ [5] [6].

Le coefficient : α_{PT_a} représente les pertes de chaleur à travers les parois. Pour un point du four "x" sa valeur est seulement fonction des caractéristiques physiques et géométriques de la paroi. Ces valeurs sont données dans l'annexe 1.

I.5. CONCLUSION

Dans ce premier chapitre, un modèle de connaissance a été établi en considérant les bilans énergétiques et de matière. Le modèle mathématique représente le fonctionnement d'un four tunnel d'industrie céramique. Il permet de déterminer les profils de température et leurs évolutions temporelles dans les différentes parties constituant le four, tout en connaissant l'évolution des différentes variables d'action.

L'avantage de ce modèle réside dans le fait que ses paramètres ayant une signification physique concrète, il permet de réaliser une étude relativement précise du fonctionnement thermique du four. En particulier, il permet l'étude de l'influence des caractéristiques physiques de l'argile utilisée (charge), de la température ambiante, etc.

A un niveau supérieur, il permet des études du régime nominal de fonctionnement et de l'optimisation de la structure.

Tout cela permettra la détermination d'une politique de production en minimisant les coûts et par conséquent, l'obtention de rendements et de bénéfices maximaux.

CHAPITRE II

-:-:-

SIMULATION DYNAMIQUE

-:-

II.1. INTRODUCTION

Un modèle mathématique représentant le fonctionnement thermique du four a été établi. En éliminant les dérivées temporelles on obtient le modèle statique. Il est constitué par un ensemble d'équations différentielles ordinaires et une E.D.P. pour le socle. La résolution de ce modèle permet d'obtenir le régime permanent du fonctionnement pour une vitesse moyenne de charge, relatif à un ensemble de variables d'entrée donné. [2] [5]. Ce modèle permettra des études telles que l'identification et l'optimisation paramétrique.

La simulation du fonctionnement dynamique a été effectuée en linéarisant le modèle autour d'un régime nominal de fonctionnement [21]. Cette simulation a permis l'étude d'algorithmes de régulation.

Par contre, cette linéarisation n'est plus permise pour traiter des problèmes plus généraux tels que : le démarrage, l'arrêt ou les fortes perturbations. Afin de disposer d'un modèle valable, nous retenons dans ce mémoire le modèle non linéaire à paramètres répartis décrit dans le chapitre précédent.

Les méthodes de résolution sont basées essentiellement sur l'approximation du système initial (de dimension infinie) par un ensemble d'équations (de dimension finie).

Parmi les différentes possibilités offertes pour l'obtention d'un modèle de dimension réduite, nous présentons dans ce mémoire la méthode des différences finies. Le choix de cette méthode est lié principalement à deux raisons :

- Des études antérieures ont montré la difficulté de l'application des méthodes variationnelles, liée à celle du choix d'une base sur laquelle est développée la solution.

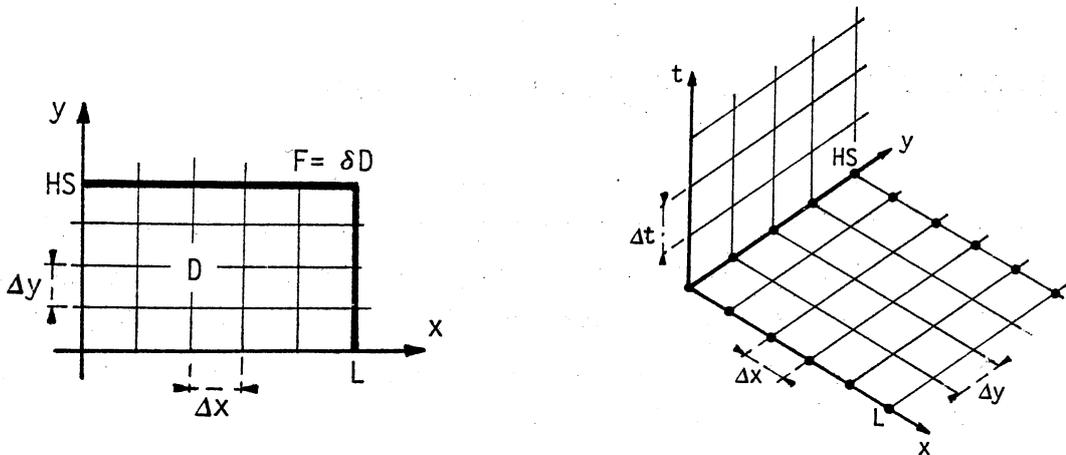
- La méthode des différences finies a l'avantage de s'appliquer de façon assez naturelle et le calcul de la solution des E.D.P. initiales se réduit à la résolution d'un ensemble d'équations récurrentes.

Dans ce chapitre, nous allons étudier deux schémas de discrétisation pour notre modèle initial. Comme ce modèle est composé d'équations à coefficients qui varient en fonction de la solution, l'étude analytique de la convergence et de la stabilité des schémas choisis est pratiquement impossible. Donc, cette étude sera réalisée en considérant que les coefficients des E.D.P. sont constants. Bien que ceci ne définisse pas la condition nécessaire et suffisante de stabilité pour le modèle non linéaire, nous considérons qu'il fournit une première condition à vérifier pour atteindre la stabilité. En général, pour n'importe quel problème non linéaire, les conditions de stabilité imposées par le caractère non linéaire lui-même peuvent être satisfaites à condition que le pas de discrétisation temporel Δt soit choisi suffisamment petit, pour certains pas de discrétisation spatiaux donnés [15].

II.2. METHODE DES DIFFERENCES FINIES

II.2.1. Principe de la méthode

Cette méthode est basée sur la considération de la solution seulement en un nombre fini de points discrets (noeuds). Ces noeuds appartiennent à un réseau \mathcal{R} dérivé de la partition du domaine D , dans lequel le problème est défini, en intervalles de même longueur, appelés : pas de discrétisation.



Nous définissons comme domaine (spatial), un ouvert borné D de \mathbb{R}^2 , c'est-à-dire l'ensemble des points (x,y) tel que $(x,y) \in]0,L[\times]0,HS[$. La frontière F est l'ensemble des points qui vérifient :

$$F = \{(x,y) / x = \{0,L\} \quad \forall y, \quad y = \{0,HS\} \quad \forall x\}$$

Soit NX (resp NY) le nombre d'intervalles sur l'axe x (resp y). Les pas de discrétisation sont fixés par les rapports :

$$\Delta x = \frac{L}{NX}, \quad \Delta y = \frac{HS}{NY}$$

La composante temporelle t est aussi discrétisée en intervalles de longueur Δt .

Par conséquent, le réseau \mathcal{R} des points e \mathbb{R}^2 est :

$$\mathcal{R}(\Delta x, \Delta y) = \{P_{m,n} \in \mathbb{R}^2 / P_{m,n} = (x_m, y_n) = (m \cdot \Delta x, n \cdot \Delta y);$$

$$m = 0 \dots, NX; \quad n = 0, \dots, NY \}$$

NOTA : Pour la suite, dans un but de simplification nous noterons h le pas Δx , k le pas Δy et τ le pas temporel Δt . De même, la valeur d'une fonction $u(x,y,t)$ au point $(x_m, y_n) \in \mathcal{R}$ à l'instant t_p sera notée :

$$u(x,y,t) \Big|_{x=x_m, y=y_n, t=t_p} = u_{m,n}^P$$

Nous appellerons "points voisins" d'un point donné $M \in \mathcal{R}$, les points du réseau \mathcal{R} qui sont distincts de M et à distance minimale de M . Ainsi, tout point $M = (x_m, y_n)$ a quatre voisins : (x_{m+1}, y_n) , (x_{m-1}, y_n) , (x_m, y_{n+1}) , (x_m, y_{n-1}) , à condition qu'ils existent.

II.2.2. Schémas de discrétisation approximatifs

Soit un système d'E.D.P. bien posé, c'est-à-dire, qui possède une solution unique dépendant de façon continue des conditions initiales.

La technique la plus simple de construction des schémas aux différences consiste à remplacer les dérivées de la fonction sur un point P , par un opérateur faisant intervenir les valeurs de la fonction au point P et en ses points voisins.

Ces opérateurs sont obtenus, en considérant que la relation qui existe entre les valeurs de la fonction en deux points différents, peut s'exprimer par un développement en série de TAYLOR.

Cette considération implique que la fonction est suffisamment dérivable [10] [11]. On donne ci-dessous des exemples de schémas de discrétisation :

$$\frac{\partial u(x_m, y_n, t_p)}{\partial x} = \frac{u_{m+1,n}^P - u_{m,n}^P}{h} + O(h)$$

$$\frac{\partial u(x_m, y_n, t_p)}{\partial x} = \frac{u_{m+1,n}^P - u_{m-1,n}^P}{2h} + O(h^2)$$

$$\frac{\partial^2 u(x_m, y_n, t_p)}{\partial x^2} = \frac{u_{m+1,n}^P - 2u_{m,n}^P + u_{m-1,n}^P}{h^2} + O(h^2)$$

Les termes $O(h)$ et $O(h^2)$ représentent les erreurs d'approximation.

Avant de résoudre une E.D.P. par un schéma aux différences finies (issu de sa discrétisation), il convient de s'assurer que la solution du système discrétisé correspondra bien à celle du système réel. Il faut pour cela que l'on puisse prouver que le schéma discrétisé représente effectivement l'équation dont il est issu. Il faut également que la méthode de résolution adoptée obéisse à certains impératifs de stabilité numérique.

En outre, la solution d'un système d'E.D.P. n'est déterminée qu'à partir de la connaissance des conditions initiales et des conditions aux limites, qui devront elles aussi, être approximées lors de la discrétisation [12].

II.2.3. Propriétés du schéma de discrétisation

Considérons une équation $A(u) = 0$ et définissons un schéma numérique qui l'approche : $\tilde{A}(u) = 0$. Soit v_m^p l'approximation obtenue au point (x_m, t_p) de la solution réelle u_m^p .

Pour que ce schéma permette l'obtention d'une solution approchée du problème initial, il faut qu'il vérifie les propriétés de consistance, convergence et stabilité [11] [12].

Définitions :

- Un schéma $\tilde{A}(u)=0$ est consistant avec $A(u)$ si $\max_{m,p} |A(u_m^p) - \tilde{A}(u_m^p)| \rightarrow 0$ quand h et τ tendent vers zéro.
- Un schéma est stable si, considérant une perturbation ε_m^p sur la solution v_m^p (dans la pratique provenant d'erreurs d'arrondi), la déviation de la solution perturbée par rapport à la solution réelle tend vers zéro lorsque ε_m^p tend vers zéro et si elle ne croît pas plus vite qu'une puissance de $\frac{1}{h}$ et de $\frac{1}{\tau}$ lorsque h et τ tendent vers zéro. Autrement dit, le schéma de discrétisation est stable, si les pas de discrétisation sont tels que les perturbations sur la solution ne s'amplifient pas.
- Un schéma est dit convergent si les valeurs v_m^p obtenues vérifient

$$\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ \tau \rightarrow 0}} \left\| v_m^p - u(x_m, t_p) \right\| = 0$$

Théorème d'équivalence de LAX [10]

Soit $A(u) = 0$ un système d'E.D.P. bien posé et $\tilde{A}(u)$ un système approché par les différences finies supposé consistant avec $A(u)$, alors la stabilité de \tilde{A} est une condition nécessaire et suffisante de convergence et le degré de convergence coïncide avec le degré de l'approximation.

II.3. SIMULATION DU MODELE MATHEMATIQUE

II.3.1. Algorithme de résolution numérique

Dans le but d'obtenir un système plus simple, le modèle va être transformé en un système d'équations dont la structure est la suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + M(u, S, P, x, t) \frac{\partial u}{\partial x} = KK_u (u, S, P, x, t) \\ \frac{\partial S}{\partial t} + M_S \cdot \frac{\partial S}{\partial x} + N_S \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} = 0 \\ F(P, u, S, x, t) = 0 \end{array} \right.$$

u est un vecteur tel que $u^T = [T, G, G1]$, KK_u est un vecteur et M est une matrice diagonale $M = \text{diag} [M_T, M_G, M_{G1}]$. Le développement des calculs est donné en détail dans l'annexe 2.

Le système est donc composé d'E.D.P. non linéaires et d'une équation polynomiale non linéaire. Les conditions initiales et les conditions aux limites ont été définies dans le chapitre précédent.

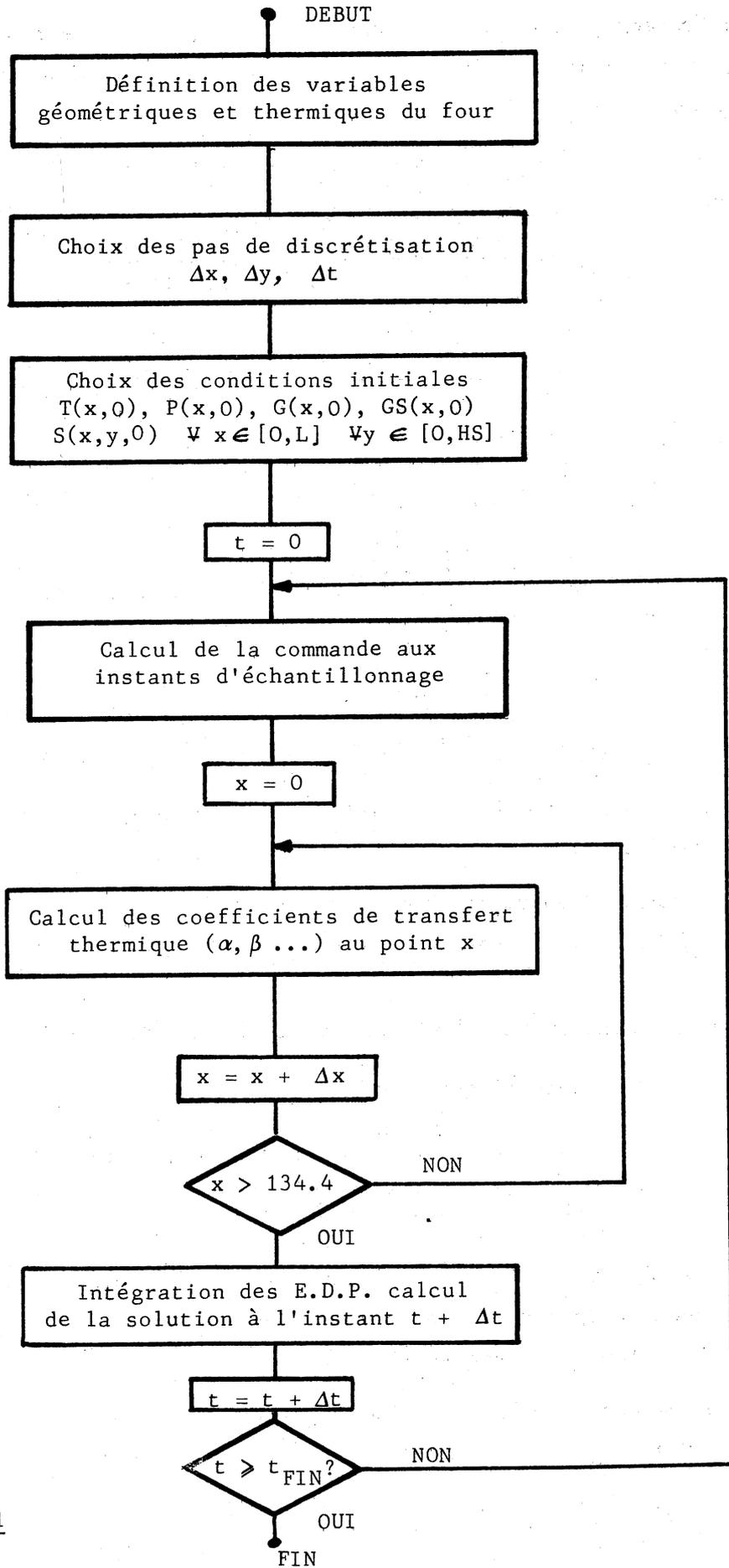
L'algorithme général de simulation est présenté dans l'organigramme (2.1).

II.3.2. Détermination de la température de la paroi "P". Résolution de l'équation polynomiale.

L'équation qui nous permet de calculer la température de la paroi P est :

$$0 = \alpha_{PG} \cdot (P-G) + \beta_{PG} \cdot (P^4 - G^4) + \beta_{TP} \cdot (P^4 - T^4) + \alpha_{PT_a} \cdot (P - T_a) + \beta_{PS} \cdot (P^4 - S^4) \quad (y=0)$$

Les coefficients α_{PG} et α_{PT_a} ne dépendent pas de P. Si nous



Organigramme 2.1

remplaçons les autres coefficients par leurs expressions données au chapitre précédent, nous obtenons une équation dont on peut montrer qu'il n'existe qu'une solution réelle positive pour la température de la paroi dans le cas où $A(P)$ et $C(P)$ sont supposés constants.

$$0 = a P^4 + A(P) P^4 + bP + C(P) + d \quad (3.1)$$

avec :

$$a = \frac{\sigma \varepsilon^2 \cdot L_{PVT}}{1-(1-\varepsilon)^2(1-\alpha_{GT}^*)} + \frac{\sigma \varepsilon^2 \cdot (L_S - L_{SVP})}{1-(1-\varepsilon)^2(1-\alpha_{GS}^*)}$$

$$A(P) = \frac{\sigma \varepsilon \cdot L_p}{1-(1-\varepsilon)^2(1-\varepsilon_G)^2} \cdot \alpha_{GP}^*$$

$$b = \alpha_{PG} + \alpha_{PT_a}$$

$$C(P) = - \left[\frac{\sigma \varepsilon^2 \cdot L_{PVT}}{1-(1-\varepsilon)^2} \cdot T^4 + \frac{\sigma \varepsilon^2 (L_S - L_{SVP})}{1-(1-\varepsilon)^2} \cdot S^4 \right] \cdot \frac{1}{1-\alpha_{GP}^*}$$

$$d = - \left[\frac{\sigma \varepsilon \cdot L_p}{1-(1-\varepsilon)^2(1-\varepsilon_G)^2} \cdot \varepsilon_G \cdot G^4 + \alpha_{PG} \cdot G + \alpha_{PT_a} \cdot T_a \right]$$

Pour le calcul de la solution réelle positive, deux méthodes ont été considérées :

- 1) Méthode d'approximations successives.
- 2) Méthode de recherche unidirectionnelle non contrainte.

II.3.2.1. Méthode d'approximations successives

Soit l'équation :

$$a + A(P) \cdot P^4 + bP + C(P) + d = 0$$

$$CP4 \cdot P^4 + CP1 \cdot P + CP0 = 0 \quad (3.2)$$

Cette équation de degré 4 approxime l'équation non linéaire (3.1). La méthode d'approximations successives est basée sur le calcul itératif de P , selon le schéma suivant :

- ① Commencer par une valeur P_0 (pour l'itération $i+1$ initialiser P avec P_i).

- ② Calculer les coefficients CP_4 , CP_1 , CP_0 , qui sont fonctions de P .
- ③ Résoudre l'équation de degré 4 (3.2.) et déterminer l'unique racine réelle positive P_{i+1} .
- ④ Test de convergence. Si $|P_{i+1} - P_i|$ est plus petit qu'une petite quantité ϵ , arrêter la procédure.
Sinon : aller en ②.

La mise en oeuvre numérique de cette méthode nous permet d'observer, que pour la plupart des cas particuliers considérés il y a convergence. Par contre, dans certains cas la solution sans être divergente devient oscillante.

C'est pour cette raison que la deuxième méthode a été adoptée.

II.3.2.2. Méthode de recherche unidirectionnelle non contrainte

Soit la fonction

$$f(P) = CP_4 \cdot P^4 + CP_1 \cdot P + CP_0$$

Le problème de la détermination de la racine de (3.1) est équivalent à celui de la détermination de la valeur de P qui annule $f(P)$.

L'algorithme utilisé, pour résoudre ce problème est composé essentiellement de deux parties :

- A) Détermination de l'intervalle $[P_{\text{inf}}, P_{\text{sup}}]$ à l'intérieur duquel la fonction admet une racine et une seule. (racine réelle positive).
- B) Détermination de la racine dans l'intervalle.

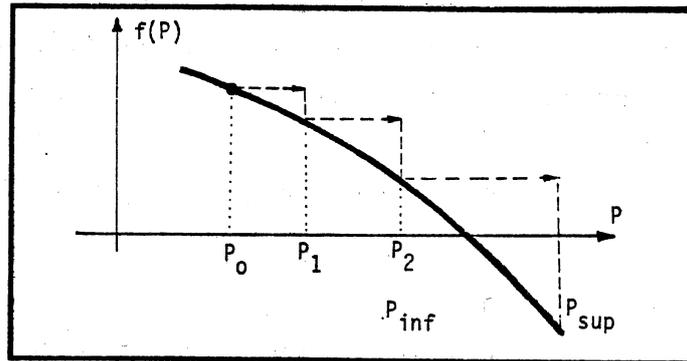
A) Détermination de l'intervalle $[P_{\text{inf}}, P_{\text{sup}}]$

Le principe est de générer une séquence d'approximations à partir de P_0 , supposé près de la racine cherchée, de façon à minimiser la valeur absolue de $f(P)$. La valeur P_0 est la première approximation obtenue par la résolution analytique de l'équation de degré 4 en P (3.2).

La procédure qui nous permet de faire le calcul de l'approximation suivante de P est :

$$P_{i+1} = P_i + \lambda_i \cdot S_i$$

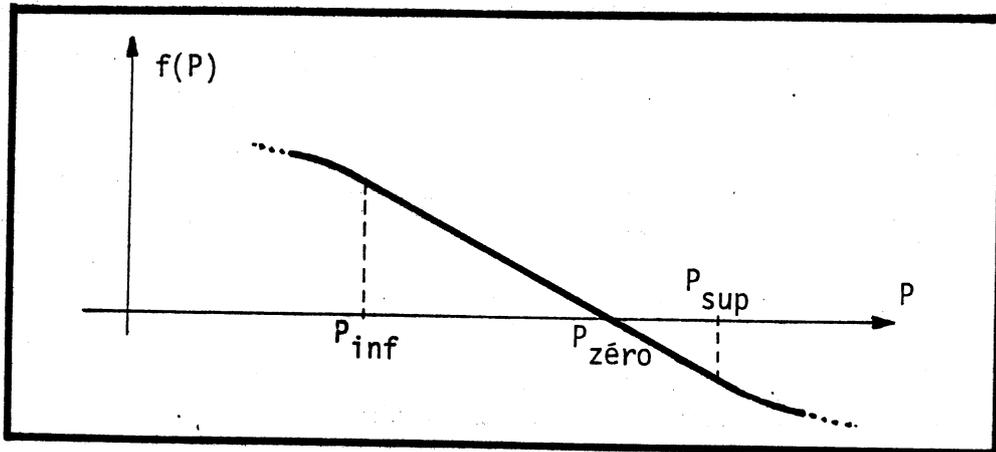
Le terme S_i est le sens désiré (+1 ou -1) pour aller de P_i vers le zéro de la fonction $f(P)$ et λ_i est la longueur du pas dans ce sens là ($\lambda_i > 0$). Il est clair que l'efficacité de la méthode dépend de la manière dont les valeurs de λ_i sont déterminées. La manière la plus facile est de donner à λ_i une valeur fixe. Par contre, la vitesse de convergence de l'algorithme se trouve augmentée, en incrémentant graduellement la valeur de λ_i .



La procédure est terminée lorsque la valeur de P qui fait changer de signe la fonction $f(P)$ est trouvée.

Cet algorithme est détaillé dans l'organigramme (2.2).

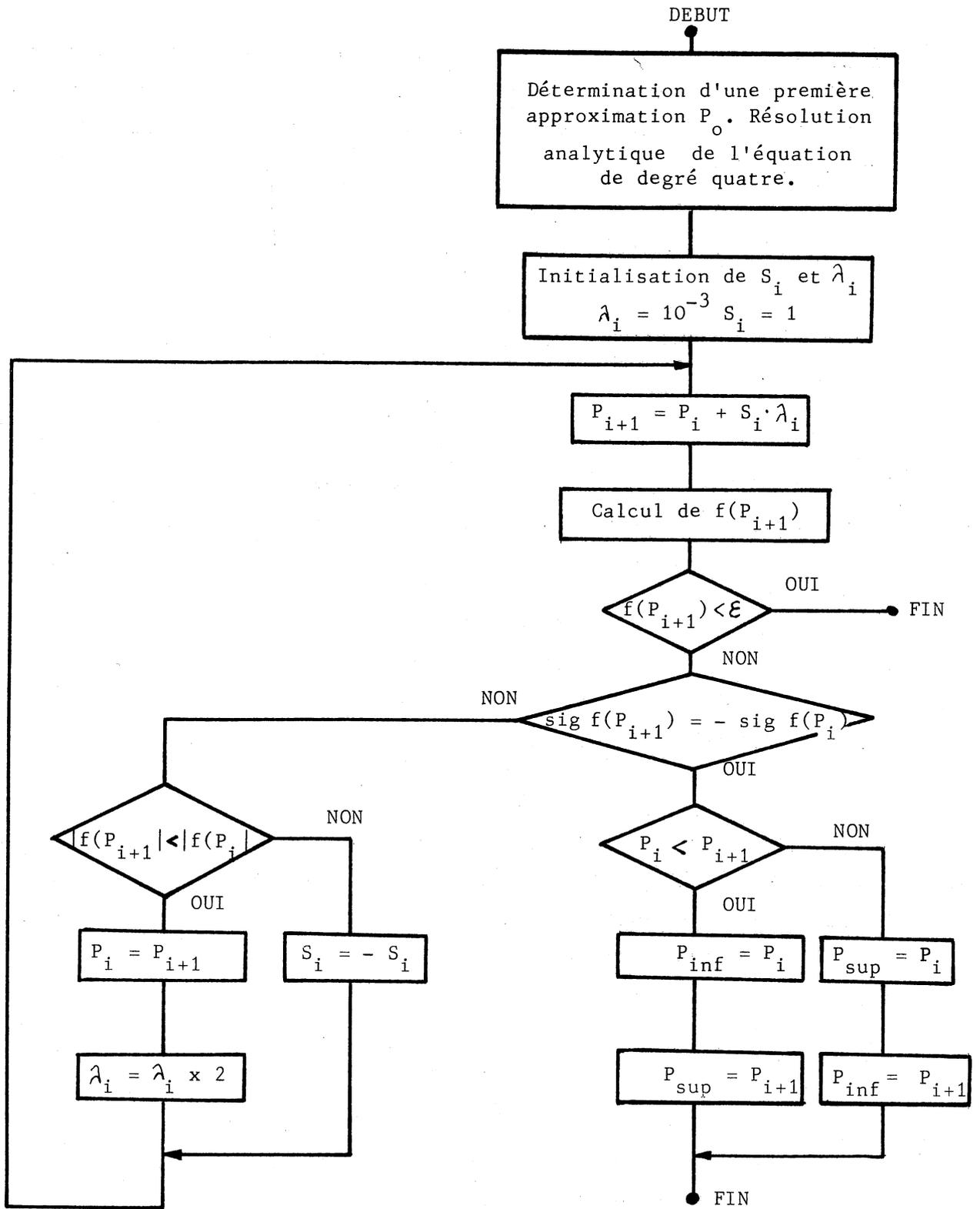
B) Détermination de la racine dans l'intervalle



Il existe plusieurs méthodes de recherche du zéro d'une fonction connaissant l'intervalle à l'intérieur duquel se trouve le zéro : méthode de recherche dichotomique, méthode de FIBONACCI etc...

En ayant vérifié que la variation de la dérivée de la fonction $f(P)$ par rapport à P est très petite, il peut être considéré que la courbe définie dans l'intervalle $[P_{inf}, P_{sup}]$ est une droite. Par conséquent, le zéro de la fonction peut être directement calculé par l'expression :

$$P_{zéro} = P_{inf} + \frac{P_{sup} - P_{inf}}{f(P_{inf}) + f(P_{sup})} \cdot f(P_{inf})$$



Organigramme 2.2

Remarque : L'équation polynomiale pour la paroi est une bonne approximation si le fonctionnement est proche du régime d'équilibre. Sinon, il faudrait considérer aussi une équation d'évolution représentée par une équation différentielle ordinaire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} (\rho_P S_P C_P P) = f(P) \\ P(0) = P_0 \\ f(P) = \alpha_{PG} \cdot (P-G) + \beta_{PG} \cdot (G^4 - P^4) + \beta_{TP} \cdot (P^4 - T^4) + \alpha_{PT_a} \cdot (P - T_a) + \\ \quad + \beta_{PS} (P^4 - S^4(y=0)) \end{array} \right.$$

Pour la résolution de cette équation non linéaire, la méthode d'EULER pourrait être appliquée. Dans ce cas là, l'équation discrétisée correspondante serait :

$$P(x, t+1) = P(x, t) + \Delta t \cdot f(P)$$

II.3.3. Résolution des E.D.P.

Il est évident que pour le calcul d'une solution approchée, plusieurs schémas de discrétisation sont possibles. Dans notre cas, le choix d'un schéma et des pas de discrétisation associés doivent être guidés non seulement par des critères de stabilité et de précision, mais aussi par le temps de calcul.

II.3.3.1. Equations des gaz et de la charge

Le système d'équations, qui régit le comportement des gaz et de la charge, écrit en notation matricielle est de la forme :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + M \frac{\partial}{\partial x} \right) \cdot u = KK_u$$

u est un vecteur tel que $u^T = [T, G, G1]$, M est une matrice diagonale $M = \text{diag} [M_T, M_G, M_{G1}]$ et KK_u est un vecteur.

Ces équations constituent un système hyperbolique non linéaire de premier ordre avec des conditions aux limites aux deux bouts

($x = 0$ pour la charge T, et $x = L$ pour les gaz).

Parmi les schémas existants nous avons considéré, en raison de leur simplicité :

- le schéma de CARLSON
- un schéma implicite.

Les deux schémas sont basés sur la décomposition de la matrice M en deux matrices M_1 et M_2 . Ces matrices sont telles que M_1 contient les éléments positifs de M et M_2 les éléments négatifs.

Alors, pour toute valeur de M_1 la condition aux limites est donnée pour $x = 0$ et le schéma sera résolu dans le sens croissant de x (de m). Par contre, pour toute valeur de M_2 , la condition aux limites est donnée pour $x = L$ et le schéma sera résolu dans le sens décroissant de x (de m).

II.3.3.1.1. Schéma de CARLSON [10]

La méthode est basée sur la décomposition des matrices M_1 et M_2 elles mêmes aussi en deux parties. Soit :

$$M = M_3 + M_4 + M_5 + M_6 \text{ où :}$$

M_3 contient les éléments e diagonaux de M_1 tel que $e > \frac{h}{\tau}$

M_4 contient les éléments e diagonaux de M_1 tel que $e \leq \frac{h}{\tau}$

M_5 contient les éléments e diagonaux de M_2 tel que $e \geq -\frac{h}{\tau}$

M_6 contient les éléments e diagonaux de M_2 tel que $e < -\frac{h}{\tau}$

Alors, le schéma de discrétisation aux différences est :

$$\begin{aligned} \frac{u_m^{p+1} - u_m^p}{\tau} + M_3 \frac{u_{m+1}^{p+1} - u_m^{p+1}}{h} + M_4 \frac{u_m^p - u_{m-1}^p}{h} + M_5 \frac{u_{m+1}^p - u_m^p}{h} + M_6 \frac{u_m^{p+1} - u_{m-1}^{p+1}}{h} = \\ = KK_u (u_m^p, S_m^p, P_m^p, mh, p\tau) \end{aligned}$$

Le schéma de CARLSON a la particularité d'être inconditionnellement stable pour des systèmes linéaires à coefficients constants. L'erreur de troncature est en $O(h)$.

L'application du schéma de CARLSON aux systèmes hyperboliques

quasi-linéaires plus généraux, dans lesquels les coefficients sont variables, montre qu'il peut être nécessaire de changer un élément e d'une des 4 matrices M_3, M_4, M_5, M_6 au cours de l'intégration. Ceci pour que la stabilité soit toujours vérifiée.

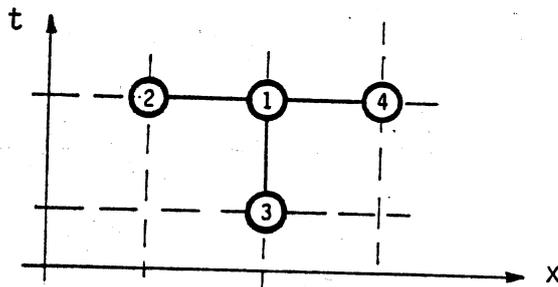
II.3.3.1.2. Schéma implicite

Cette seconde méthode est mieux adaptée aux problèmes à contre courant dont les coefficients varient au cours de l'intégration. En effet, étant donné que M_1 et M_2 ne sont pas décomposées, le test à assurer dans la méthode de CARLSON, pour le choix du schéma convenable, n'existe plus. Ceci rend plus facile la mise en oeuvre numérique de la deuxième méthode et nécessite un temps de calcul plus réduit.

En effet, le schéma de discrétisation que nous proposons est :

$$\frac{u_m^{p+1} - u_m^p}{\tau} + M_1 \cdot \frac{u_m^{p+1} - u_{m-1}^{p+1}}{h} + M_2 \cdot \frac{u_{m+1}^{p+1} - u_m^{p+1}}{h} = KK_u(u_m^p, S_m^p, P_m^p, mh, p\tau) \quad (3.3)$$

Ce schéma exprime les dérivées en termes des valeurs de la fonction en trois points : le point 1 plus une des paires (2.3) ou (3.4).



Etude de la stabilité :

La stabilité des équations (3.3) est facilement étudiée en utilisant la méthode de VON NEUMANN [10] [11] [12].

Pour que le schéma soit stable, il faut que la condition de stabilité soit remplie pour des conditions initiales arbitraires et dans le cas particulier de l'équation homogène (équation aux différences

qui comporte un second membre nul).

La condition nécessaire pour qu'il y ait stabilité du problème (3.3) est qu'une perturbation bornée u_m^0 des données initiales induise une perturbation bornée u_m^p sur la solution.

En particulier, pour le cas d'une perturbation harmonique $u_m^0 = e^{iam}$, a étant un paramètre réel, u_m^p est de la forme [11] :

$$u_m^p = \lambda^p \cdot e^{iam} \tag{3.4}$$

$\lambda = \lambda(a)$ est défini par substitution de (3.4) dans l'équation homogène. La condition nécessaire de stabilité [11] implique que le spectre $\lambda(a)$ se trouve dans le cercle unité :

$$|\lambda(a)| \leq 1.$$

Par conséquent, nous considérons les schémas pour les deux cas possibles : $e > 0$ et $e < 0$

- pour $e > 0$

$$\frac{u_m^{p+1} - u_m^p}{\tau} + M_1 \cdot \frac{u_m^{p+1} - u_{m-1}^{p+1}}{h} = KK_u (u_m^p, S_m^p, P_m^p, mh, p\tau) \tag{3.5}$$

En substituant l'expression u_m^p (3.4) dans l'équation homogène et en simplifiant nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{\lambda - 1}{\tau} + M_1 \frac{(1 - e^{-ia})}{h} &= 0 \\ \lambda \cdot \left[1 + M_1 \frac{\tau}{h} (1 - e^{-ia}) \right] &= 1 \\ &= \frac{1}{1 + M_1 \frac{\tau}{h} (1 - e^{-ia})} \end{aligned}$$

En analysant cette expression, nous pouvons observer que le dénominateur est une circonférence centrée en $1 + M_1 \frac{\tau}{h}$ et de rayon $M_1 \frac{\tau}{h}$ (fig. 2.1).

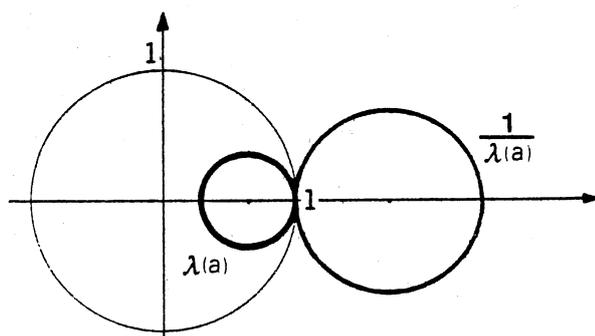


Figure 2.1. - Spectre $\lambda(a)$

Tous les points de $\lambda(a)$ sont intérieurs au cercle unité indépendamment des pas de discrétisation h et τ . Ce schéma est donc : inconditionnellement stable.

- pour $e < 0$.

$$\frac{u_m^{p+1} - u_m^p}{\tau} + M_2 \frac{u_{m+1}^{p+1} - u_m^{p+1}}{h} = KK_u (u_m^p, S_m^p, P_m^p, mh, p\tau) \quad (3.6)$$

De la même façon, nous arrivons à démontrer la stabilité inconditionnelle.

Etude de la consistance.

Comme nous l'avons montré pour l'étude de la stabilité, les deux cas ($e > 0$ et $e < 0$) sont considérés séparément :

- pour $e > 0$

$$\frac{u_m^{p+1} - u_m^p}{\tau} + M_1 \frac{u_m^{p+1} - u_{m-1}^{p+1}}{h} = KK_u (u_m^p, S_m^p, P_m^p, mh, p\tau)$$

Définissons les opérateurs :

$$A(u) = \frac{\partial u}{\partial t} + M_1 \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\tilde{A}(u) = \frac{u_m^{p+1} - u_m^p}{\tau} + M_1 \frac{u_m^{p+1} - u_{m-1}^{p+1}}{h}$$

Alors, $\tilde{A}(u)$ sera consistant avec $A(u)$ si $\max_{m,p} |A(u_m^p) - \tilde{A}(u_m^p)| \rightarrow 0$ lorsque τ et h tendent vers zéro.

Etant donné :

$$u_m^{p+1} = u_m^p + \tau \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \tau^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} (x_m, t_n + \eta\tau)$$

$$u_{m-1}^{p+1} = u_m^{p+1} - h \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} h^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (x_m + \varepsilon h, t_n)$$

avec η et $\varepsilon \in]0, 1[$

nous obtenons :

$$\frac{u_m^{p+1} - u_m^p}{\tau} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} (x_m, t_n + \eta \cdot \tau)$$

$$\frac{u_m^{p+1} - u_{m-1}^{p+1}}{h} = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2} \cdot h \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (x_m + \varepsilon \cdot h, t_n)$$

Soit :

$$\begin{aligned} \frac{u_m^{p+1} - u_m^p}{\tau} + M_1 \cdot \frac{u_m^{p+1} - u_{m-1}^{p+1}}{h} &= \left(\frac{\partial u}{\partial t} + M_1 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} (x_m, t_n + \eta \cdot \tau) - \frac{1}{2} M_1 \cdot h \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} (x_m + \varepsilon \cdot h, t_n) \end{aligned}$$

Donc :

$|A(u) - \tilde{A}(u)| \leq O(\tau) - O(h)$ tend vers zéro lorsque h et τ tendent vers zéro. Dans ce cas là, nous pouvons dire que le schéma est consistant.

- pour $e < 0$

Dans ce cas, nous considérons le schéma (3.6). En utilisant la même procédure, nous arrivons à conclure que le schéma est consistant.

Conclusion : nous avons démontré que le schéma implicite est inconditionnellement stable et consistant avec l'équation différentielle à l'ordre 1 en h . En effet, si $\frac{\tau}{h} = cte = r$

$$\tau = r \cdot h \quad \text{et} \quad O(\tau) - O(h) = O(rh - h) = O(h)$$

Par le théorème de LAX, nous pouvons déduire que le schéma est convergent, l'approximation étant d'ordre 1.

II.3.3.2. Résolution de l'équation du socle

L'équation qui régit le comportement thermique du socle est une E.D.P. à deux dimensions spatiales (x et y). Les conditions aux limites sont de type : DIRICHLET pour x et de type : NEUMANN pour y .

$$\frac{\partial S}{\partial t} + a_1 \cdot \frac{\partial S}{\partial x} - a_2 \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} = 0$$

$$a_1 = U_T$$

$$a_2 = \frac{\lambda_S}{\rho_S C_S}$$

(les conditions aux limites sont données au chapitre précédent).

II.3.3.2.1. Discrétisation de l'E.D.P.

Pour l'équation du socle nous considérons trois schémas pour discrétiser l'E.D.P. :

- un schéma explicite
- un schéma implicite
- un schéma mixte (implicite - explicite)

1) Schéma explicite. Un schéma est dit explicite lorsque la valeur u_m^{p+1} , à l'instant $(p+1) \cdot \tau$ est obtenue uniquement à partir des valeurs de "u" à l'instant précédent. Il est représenté par le maillage de la figure 2.2.

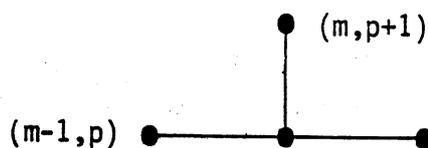


Figure 2.2. Maillage du schéma explicite.

Ce schéma est :

$$\frac{u_{m,n}^{p+1} - u_{m,n}^p}{\tau} + a_1 \cdot \frac{u_{m,n}^p - u_{m-1,n}^p}{h} - a_2 \cdot \frac{u_{m,n+1}^p - 2 \cdot u_{m,n}^p + u_{m,n-1}^p}{k^2} = 0$$

Ce schéma est consistant avec l'équation différentielle. L'erreur de discrétisation est en $O(\tau, h, k^2)$. En appliquant la méthode de VON NEUMANN, nous concluons que la condition de stabilité est :

$$a_1 \cdot \frac{\tau}{h} + 2 a_2 \cdot \frac{\tau}{k^2} < 1$$

Ce schéma explicite a l'avantage d'une mise en oeuvre directe et simple.

2) Schéma implicite. Un schéma est dit implicite lorsque les dérivées sont exprimées par les valeurs de u considérées à l'instant $(p+1) \cdot \tau$. En général, les schémas implicites ont l'avantage d'être inconditionnellement stables. Ils nécessitent la résolution d'un système d'équations et des temps de calcul beaucoup plus longs.

3) Schéma mixte.

Pour ces raisons, un schéma mixte a été choisi dans la suite de l'étude. Les dérivées premières ont été remplacées par un schéma implicite et la dérivée seconde par un schéma explicite :

$$\frac{u_{m,n}^{p+1} - u_{m,n}^p}{\tau} + a_1 \cdot \frac{u_{m,n}^{p+1} - u_{m-1,n}^{p+1}}{h} - a_2 \cdot \frac{u_{m,n+1}^p - 2 \cdot u_{m,n}^p + u_{m,n-1}^p}{k^2} = 0$$

Ce schéma possède la caractéristique de simplicité du schéma explicite, et quoiqu'il en ait le même degré d'approximation, sa condition de stabilité est moins restrictive.

Cette condition est :

$$\tau < \frac{1}{2 \cdot \frac{a_2}{k^2}}$$

II.3.3.2.2. Discrétisation des conditions aux limites [12]

Considérons le domaine $D = [0, L] \times [0, HS]$ de frontière F . Construisons un réseau \mathcal{R} formé par la partition de l'axe $x(y)$ en NX intervalles (NY intervalles) de façon que les points de la frontière soient des points du réseau.

Les conditions aux frontières sont :

a) pour $x = 0 \quad \forall y \in]0, HS[\quad \forall t > 0$
 $S(0, y, t) = S_1(y)$

b) pour $y = 0 \quad \forall x \in [0, L] \quad \forall t > 0$
 $\frac{\partial S}{\partial y}(x, 0, t) = g_1(S, G, P, T, x)$

c) pour $y = HS \quad \forall x \in [0, L] \quad \forall t > 0$
 $\frac{\partial S}{\partial y}(x, HS, t) = g_2(S, G, P, T, x)$

Ici, a) est une condition aux limites de type : DIRICHLET et b) c) de type : NEUMANN.

- Discrétisation d'une condition du type : DIRICHLET :

Pour les points de la frontière on posera :

$$S_{o,n}^P = S_1(nk) \quad \forall n \in]1, NY[$$

- Discrétisation d'une condition du type : NEUMANN :

Nous pouvons écrire un développement en série de TAYLOR :

$$S_{m,1}^P = S_{m,0}^P + k \cdot \left. \frac{\partial S}{\partial y} \right|_{(x_{m,0})} + O(k^2)$$

d'où :

$$\left. \frac{\partial S}{\partial y} \right|_{(x_{m,0})} = \frac{S_{m,1}^P - S_{m,0}^P}{k}$$

La condition aux limites devient une équation algébrique

$$S_{m,1}^P = S_{m,0}^P + k \cdot g_1 (S_{m,0}^P, G_m^P, P_m^P, T_m^P, mh)$$

De même, pour les points (mh, HS), $\forall m$, nous pouvons écrire :

$$S_{m,NY-1}^P = S_{m,NY}^P - k \cdot g_2 (S_{m,NY}^P, G_m^P, mh)$$

II.3.4. Résultats obtenus

La résolution des équations différentielles a été effectuée par deux systèmes basés sur la méthode des différences finies :

- Le système I qui utilise la méthode de CARLSON [2] [10] pour approximer les E.D.P. des gaz et de la charge et un schéma explicite pour l'équation du socle E.D.P. à deux dimensions spatiales.

- Le système II utilise un schéma implicite pour approximer les E.D.P. des gaz et de la charge et un schéma mixte pour approximer l'E.D.P. du socle.

CHOIX DES PAS DE DISCRETISATION. Le choix des pas de discrétisation est important pour assurer une bonne convergence de la méthode. Ce choix

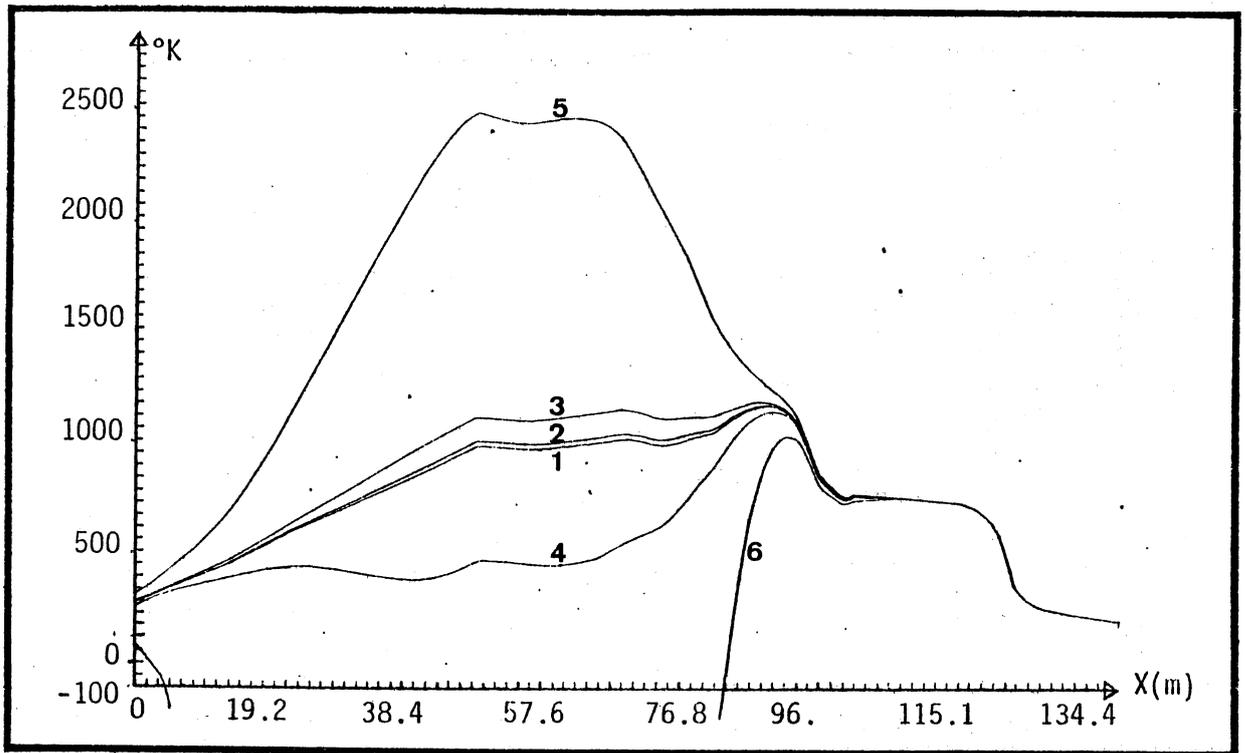


Figure 2.3.1.

Evolution temporelle du profil du gaz G. Système I $\tau = 0.3$ s

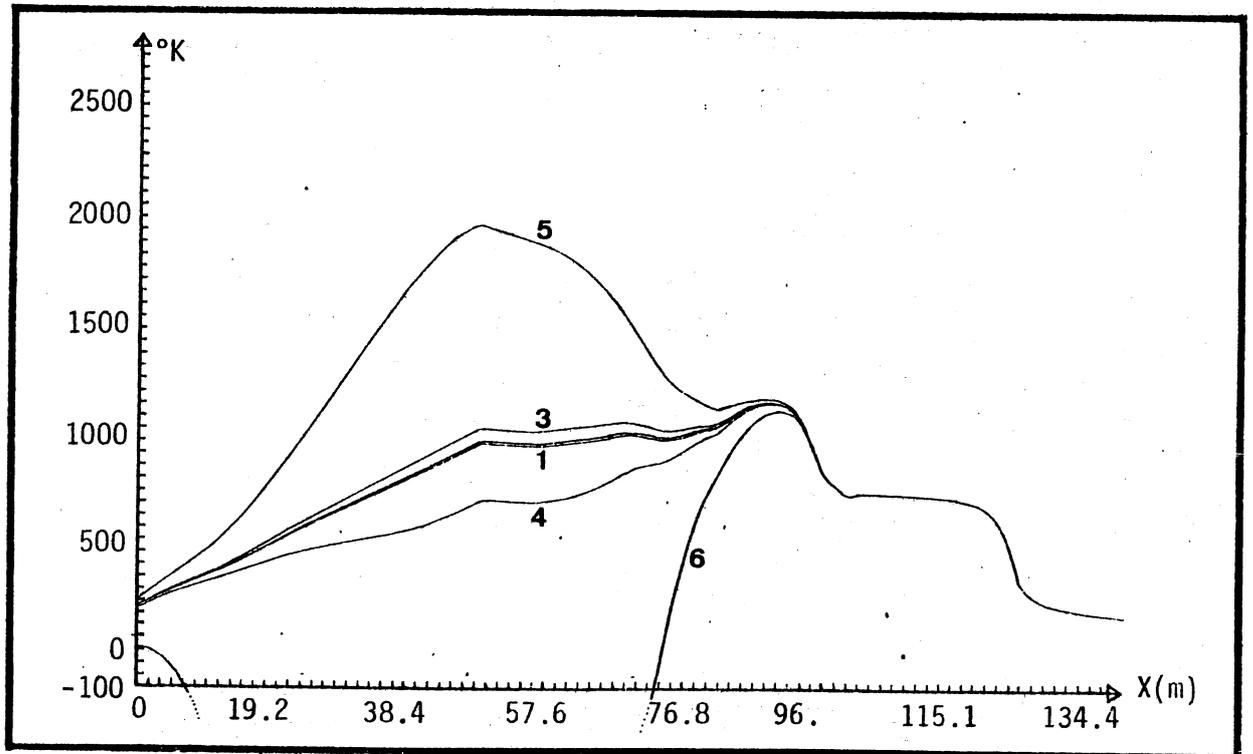


Figure 2.3.2.

Evolution temporelle du profil du gaz G. Système II $\tau = 0.3$ s

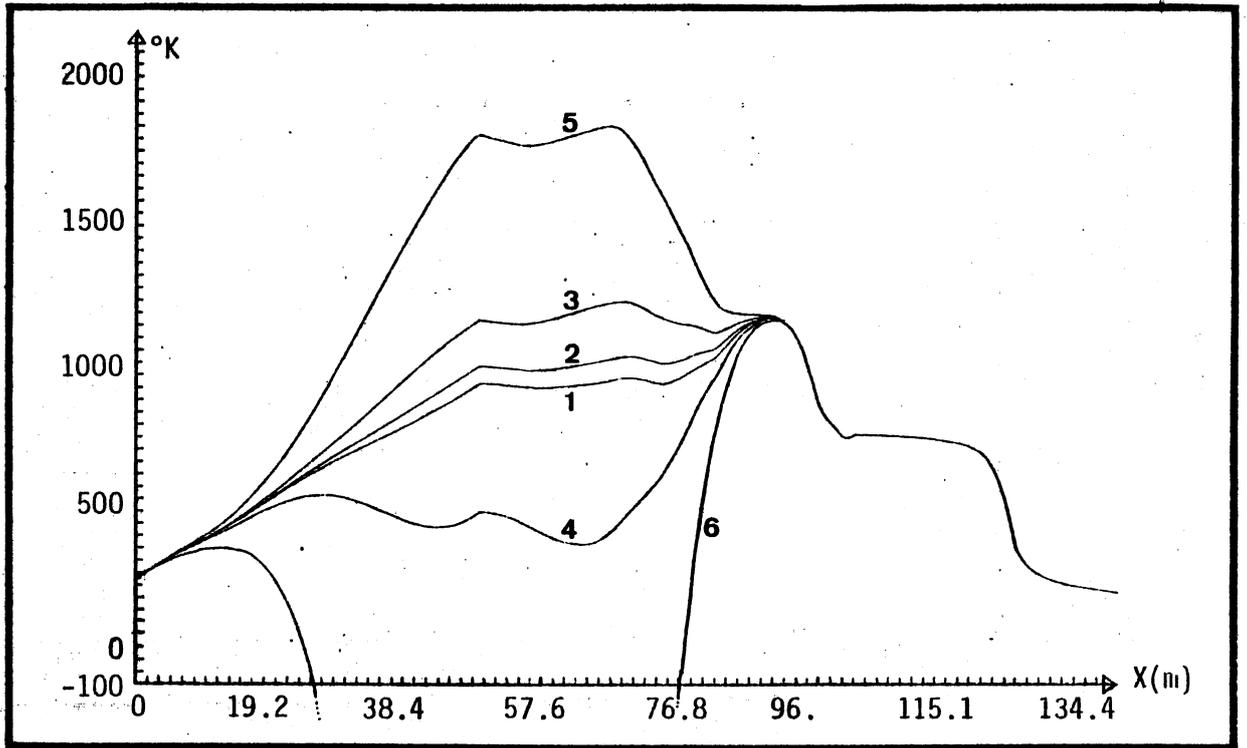


Figure 2.4.1.

Evolution temporelle du profil du gaz G. Système I $\tau = 0.2$ s

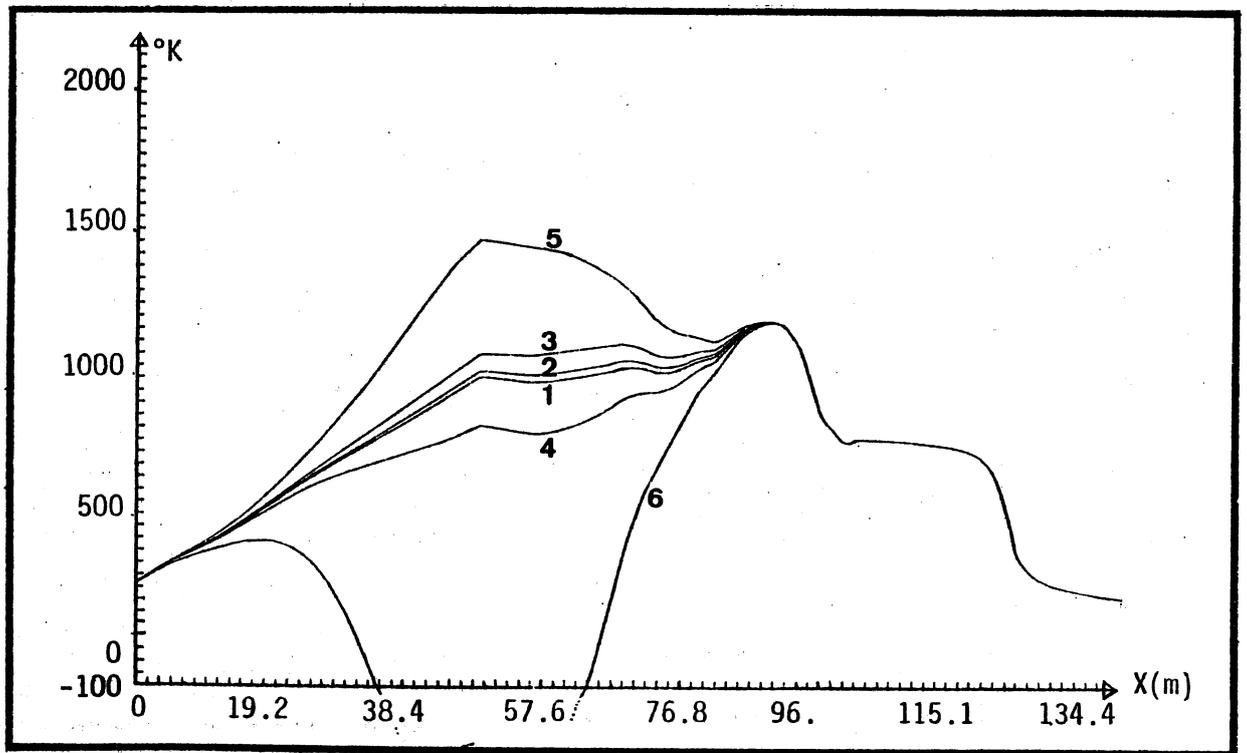


Figure 2.4.2.

Evolution temporelle du profil du gaz G. Système II $\tau = 0.2$ s

s'est avéré difficile, parce qu'il a fallu trouver par des essais successifs les pas correspondant au meilleur compromis précision - temps de calcul. En effet, la précision de l'intégration numérique est d'autant plus grande que les pas de discrétisation sont petits. Par contre, le nombre de calculs à réaliser et le temps de calcul, augmentent dans la même proportion.

D'autre part, nous remarquons qu'une diminution excessive des pas de discrétisation ajoute des erreurs supplémentaires dues à la quantification numérique.

Les pas de discrétisations ayant assuré une précision suffisante sont :

$$h = 0.1 \text{ m} \quad k = 0.108 \text{ m}$$

Ainsi, une fois les résolutions numériques effectuées, le fait le plus important à détacher est que, effectivement, même si le pas temporel τ vérifie la condition de stabilité du système supposé linéaire, la résolution numérique peut être INSTABLE. Considérons un exemple représenté par les figures (2.3.1.) et (2.3.2.), obtenues par la résolution du système (I) et système (II) respectivement et avec un pas temporel $\tau = 0.3$ seconde. Elles montrent l'évolution dans le temps d'un profil représentant la température du courant gazeux, à partir d'une condition initiale (1) proche du régime nominal d'équilibre. Il est clair que la solution est instable, mais du point de vue qualitatif, nous pouvons remarquer que le processus de déstabilisation est plus rapide pour le système (I) que pour le système (II).

Le même fait est observé dans les figures (2.4.1.) et (2.4.2) obtenues avec un pas temporel $\tau = 0.2$ seconde. Nous pouvons conclure que le système II est plus robuste. Il sera donc utilisé pour la suite du travail.

Enfin, nous remarquons que la stabilité est atteinte uniquement pour des pas de discrétisation temporels égaux ou plus petits que 0.05 seconde.

II.3.5. Conclusion

Les deux schémas utilisés (système (I) et système (II)) ont la même caractéristique de simplicité. Parmi les schémas d'approximation des équations différentielles initiales, ce sont ceux qui nécessitent le moins de temps de calcul.

La convergence et la stabilité ont été vérifiées et les conditions de stabilité ont été obtenues en considérant les coefficients constants. La résolution numérique nous fait observer que le caractère non linéaire du système différentiel ajoute d'autres conditions de stabilité supplémentaires. Elles peuvent être satisfaites par le choix d'un pas temporel τ suffisamment petit. Par conséquent, nous retenons que les conditions de stabilité obtenues pour le système à coefficients constants sont des conditions nécessaires à vérifier et que les exigences dues à d'autres termes sont satisfaites en diminuant le pas temporel τ , pour certains pas de discrétisation spatiaux donnés.

Du fait que les équations sont complexes et comportent de fortes non linéarités et que le régime transitoire de certaines équations est rapide, il impose un pas d'intégration temporel très petit (< 0.1 seconde). Ceci entraîne un coût en temps de calcul très élevé.

Il faut donc, simplifier le modèle (cf. chapitre III) ce qui nous amènera à identifier les coefficients du modèle simplifié au lieu d'identifier ceux du modèle initial.

CHAPITRE III

-:-:-:-

ÉTUDE DU MODÈLE :

SIMPLIFICATION - SENSIBILITÉ DE LA SOLUTION

-:-

III.1. INTRODUCTION (Position du problème)

Compte tenu des moyens de calcul actuellement disponibles, la tendance est de modéliser de manière aussi fine que possible les phénomènes observés. Cela nous conduit à des représentations de grande dimension peu faciles à analyser et trop complexes pour une utilisation ultérieure.

Ainsi dans le premier chapitre, un modèle mathématique sophistiqué a été décrit. Malgré la simplicité de la méthode de résolution employée, la durée du temps de calcul nécessaire à la résolution est excessivement importante. Cela rend impossible des études telles que l'identification paramétrique ou l'optimisation de structure et de fonctionnement.

Afin de rendre possible la suite de ce travail, il est nécessaire de considérer certaines approximations nous conduisant à un modèle simplifié plus facilement exploitable.

De plus, une étude complète de sensibilité sera faite, ce qui nous permettra de considérer de nouvelles simplifications éventuelles, de justifier les simplifications précédentes, de valider le nouveau modèle et de définir les paramètres les plus "intéressants" à identifier.

III.2. SIMPLIFICATION DU MODELE

Pour simplifier un modèle la procédure la plus habituellement utilisée consiste à négliger l'effet d'un certain nombre de paramètres ou de variables dans la description d'un système. Un tel choix se justifie souvent soit par la petitesse des paramètres négligés, soit par la faible influence, sur les réponses du modèle, des grandeurs négligées. [34] [35]

Nous avons envisagé des simplifications dans deux directions :

- Elimination des transitoires rapides par rapport à la vitesse d'évolution du système global.
- Obtention d'expressions plus simples des coefficients de transfert thermique.

La justification de ces simplifications sera faite, a posteriori, au moyen d'une étude de sensibilité.

III.2.1. Elimination des transitoires rapides

Dans l'étude des régimes transitoires des modèles représentant des systèmes thermiques [18] [19] il est bien établi que le gaz présente une inertie thermique beaucoup plus faible que les autres constituants solides du four. Le régime permanent du gaz est donc atteint pratiquement instantanément.

Dans le cas particulier de notre modèle, cette caractéristique a été montrée par M. HARIRI [21], qui a mis en évidence deux dynamiques très différentes à partir des propriétés des cercles de GERSHGORINE. Cette étude peut aussi être effectuée sur le modèle réparti [36].

Les dérivées temporelles des températures des gaz peuvent, alors, être négligées. Cela nous amène à un modèle permettant le choix d'un pas de discrétisation temporel τ plus grand.

Ainsi, le nouveau modèle est de la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} + U_T \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = KK_T \\ \frac{\partial S}{\partial t} + U_T \cdot \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\lambda_S}{\rho_S C_S} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} = 0 \\ \frac{\partial G}{\partial x} = \frac{K_G + D_G}{Z_{BG}} \\ \frac{\partial G1}{\partial x} = \frac{K_{G1}}{Z_{BG1}} \\ 0 = \alpha_{PG} \cdot (P-G) + \beta_{PG} \cdot (G^4 - P^4) + \beta_{TP} \cdot (P^4 - T^4) + \alpha_{PT_a} \cdot (P - T_a) + \beta_{PS} \cdot (P^4 - S^4) \quad (y=0) \end{array} \right.$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{array}{ll} T(x,t) = T_a & \text{pour } x = 0 \quad \forall t > 0 \\ G(x) = T_a & \text{pour } x = L \\ G1(x) = T_a & \text{pour } x = L \end{array}$$

pour $y = 0 \quad \forall x \in [0, L]$

$$- \lambda_S \cdot \frac{\partial S}{\partial y} \cdot L_S = \alpha_{GS} \cdot (G-S) + \beta_{GS} \cdot (G^4 - S^4) + \beta_{PS} \cdot (P^4 - S^4) + \beta_{TS} \cdot (T^4 - S^4)$$

pour $y = HS \quad \forall x \in [0, L] \quad \forall t > 0$

$$- \lambda_S \cdot \frac{\partial S}{\partial y} \cdot L_S = \alpha_{SG1} \cdot (S-G1)$$

pour $x = 0 \quad \forall y \in]0, HS[\quad \forall t > 0$

$$S(x,y,t) = T_a$$

T_a étant la température ambiante.

Les conditions initiales sont :

$$\begin{array}{ll} T(x,0) = T_o(x) & \forall x \in [0, L] \\ S(x,y,0) = S_o(x,y) & \forall x \in [0, L] \quad \forall y \in [0, HS] \end{array}$$

Le nouveau système est constitué par :

- une équation algébrique
- deux équations différentielles ordinaires (E.D.O.)
- deux équations aux dérivées partielles (E.D.P.)

III.2.2. Simplification des expressions des coefficients de transfert thermique

La simplification des expressions du paragraphe (I.5.4.) est réalisée à partir de l'étude de ces coefficients [33], en fonction de la température du gaz G et pour quelques valeurs du débit massique d'air secondaire.

Par observation des figures (3.1), (3.2), (3.3) représentant les coefficients de transfert thermique par convection, nous constatons que dans la gamme des températures et de débit massique considéré, une approximation linéaire est justifiée.

La structure des expressions retenues peut être d'une des formes suivantes :

$$\alpha = (a_1 + b_1 \cdot \text{DMG}) \cdot G + (a_2 \cdot \text{DMG} + b_2) \quad (3.1)$$

ou

$$\alpha = a \cdot G + b \cdot \text{DMG} + c \quad (3.2)$$

Les coefficients a_1 , b_1 , a_2 , b_2 seront identifiés de façon à obtenir la meilleure approximation au sens des moindres carrés qui minimise l'erreur entre l'expression originale et l'expression approchée dans le domaine considéré.

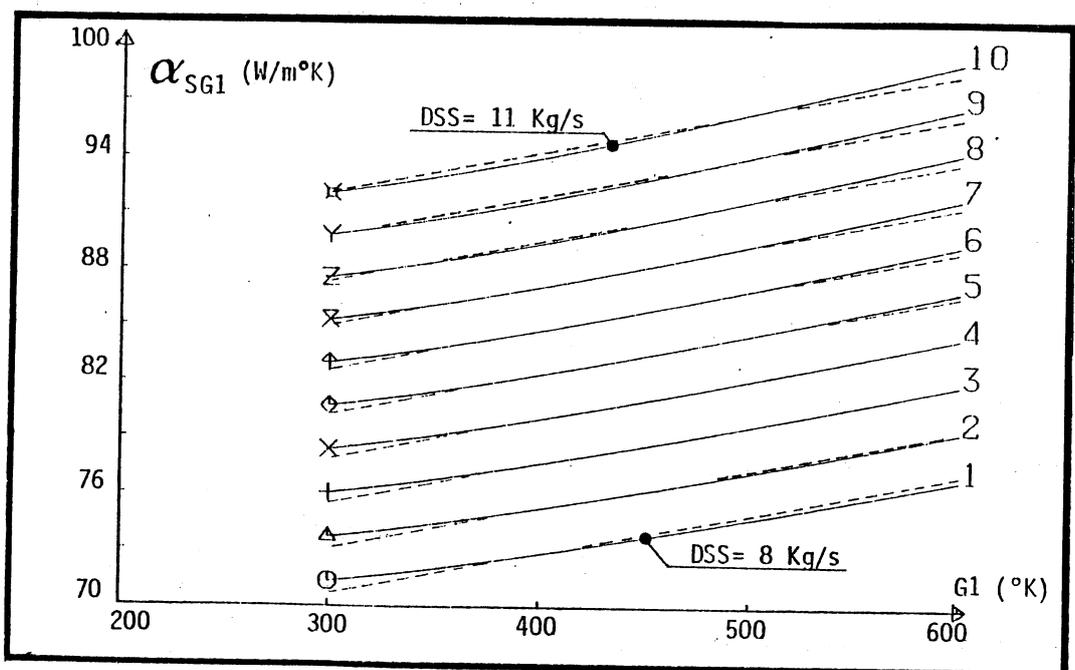


Figure 3.1 - Evolution du coefficient de transfert thermique convectif α_{SG1}
 α_{SG1} exact (—) α_{SG1} approché (-----)

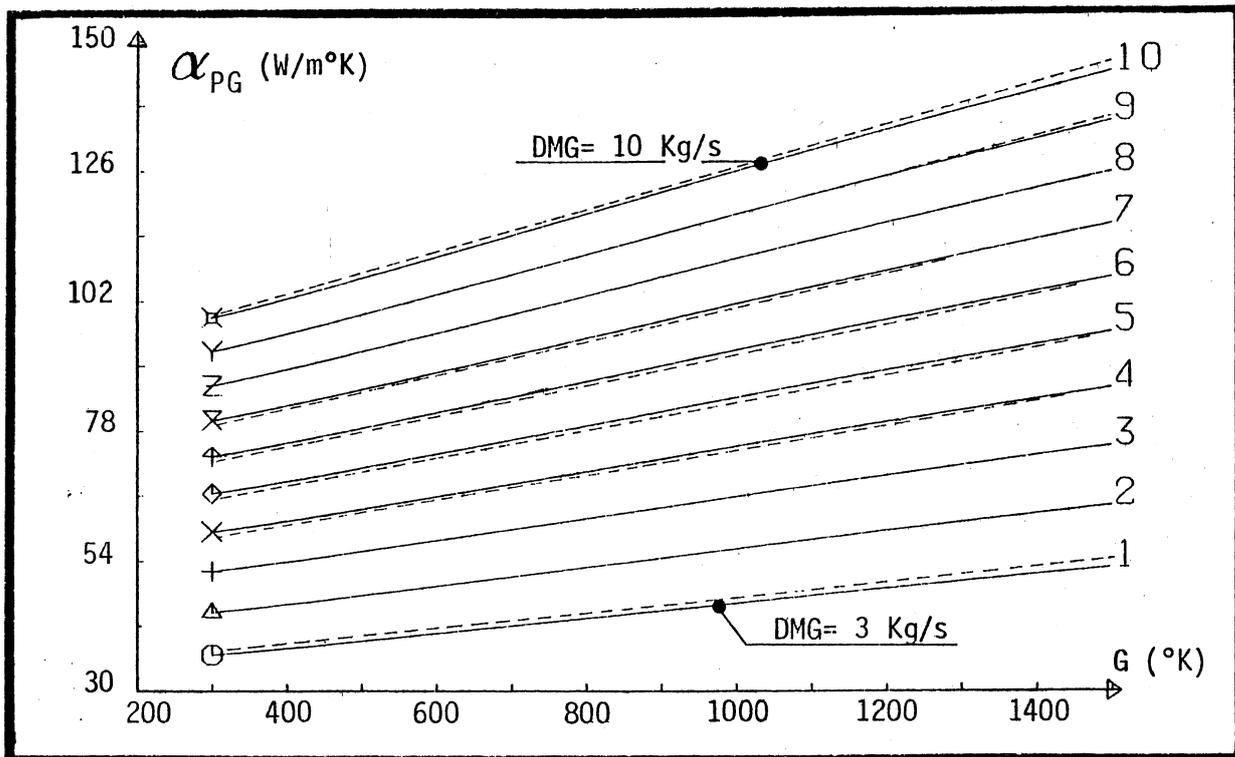


Figure 3.2.
Evolution du coefficient de transfert thermique convectif α_{PG}
 α_{PG} exact (——) α_{PG} approché (-----)

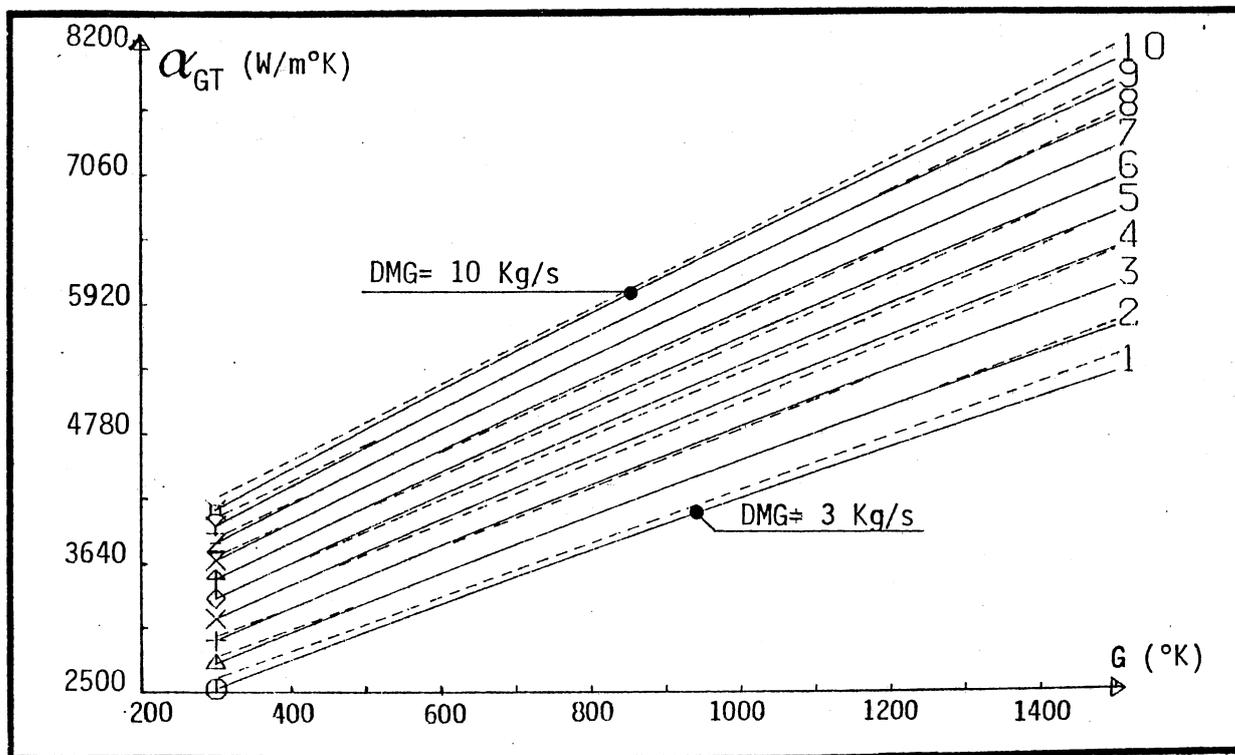


Figure 3.3.
Evolution du coefficient de transfert thermique convectif α_{GT}
 α_{GT} exact (——) α_{GT} approché (-----)

Pour cela, nous choisirons N points, en fixant N paires (DMG_i, G_i) et nous calculerons les N coefficients α_i correspondants aux expressions originales.

Par transformation de l'expression (3.1) sous forme matricielle et pour N points, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 & DMG_1 \cdot G_1 & DMG_1 & 1 \\ G_2 & DMG_2 \cdot G_2 & DMG_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ G_N & DMG_N \cdot G_N & DMG_N & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ a_2 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

Soit $\underline{\alpha} = A \cdot p$

Par la méthode des moindres carrés nous obtenons la solution :

$$p = [A^T \cdot A]^{-1} \cdot A^T \cdot \underline{\alpha}$$

Pour garantir une bonne précision du calcul, nous avons considéré mille points ($N = 1000$). Ce choix a été réalisé de façon à ce que si un nombre différent de points est choisi, les valeurs des coefficients obtenus ne changent pas de façon importante. Cela permet de conclure et de dire que la solution obtenue est suffisamment précise.

La même procédure est utilisée pour le calcul des coefficients a, b, c de l'expression (3.2).

Une étude de l'erreur relative provenant de l'utilisation des expressions simplifiées nous montre que l'expression (3.1) est plus précise que l'expression (3.2). L'expression (3.1) a été adoptée pour le calcul de α_{GT} , α_{PG} et α_{GS} , l'erreur relative étant, dans le pire des cas, inférieure à 1%.

Par contre, l'expression (3.2) a été adoptée pour le calcul de α_{SG1} , bien qu'étant de structure plus simple, elle est toutefois suffisamment précise. L'erreur relative maximale est ici inférieure à 1%.

Finalement, les expressions simplifiées obtenues, qui seront utilisées par la suite sont :

$$\alpha_{GT} = (1.958 + 0.136 \text{ DMG}) \cdot G + 183.9 \cdot \text{DMG} + 1382$$

$$\alpha_{PG} = \frac{1}{(L-x)^{0.2}} \cdot [(3.55 \cdot 10^{-3} + 3.52 \cdot 10^{-3} \cdot \text{DMG}) \cdot G + 7.83 \cdot \text{DMG} + 10.4]$$

$$\alpha_{GS} = \alpha_{PG} \cdot L_S/L_P$$

$$\alpha_{SG1} = \frac{1}{(L-x)^{0.2}} [2.15 \cdot 10^{-2} \cdot G1 + 7.14 \cdot DSS + 7.186]$$

Remarque : Etant donné que la valeur de ces coefficients n'est pas définie pour $x = L$, nous avons considéré, pour la résolution numérique, une valeur constante obtenue par extrapolation à partir des valeurs prises par ces coefficients dans les deux points de discrétisation antérieurs.

Simplification des coefficients de transfert thermique radiatifs.

Par observation de ces expressions (voir chapitre I) nous pouvons constater que les dénominateurs sont du type :

$$1 - (1 - \varepsilon)^2 \cdot (1 - \varepsilon_G)^2 \quad (3.3)$$

et

$$1 - (1 - \varepsilon)^2 \cdot (1 - \alpha_{GX}^*) (1 - \alpha_{GY}^*) \quad (3.4)$$

L'émissivité des solides ε est une valeur comprise entre 0,75 et 1. Dans le domaine de fonctionnement du four, les coefficients d'absorptivité α_{GX}^* et d'émissivité du gaz ε_G , prennent aussi des valeurs comprises entre 0.6 et 0.9. Les expressions (3.3) et (3.4) ayant toujours des valeurs proches de 1, nous pouvons conclure qu'elles sont simplifiables. En effet, l'erreur relative maximale introduite par l'approximation, est inférieure à 0,9%.

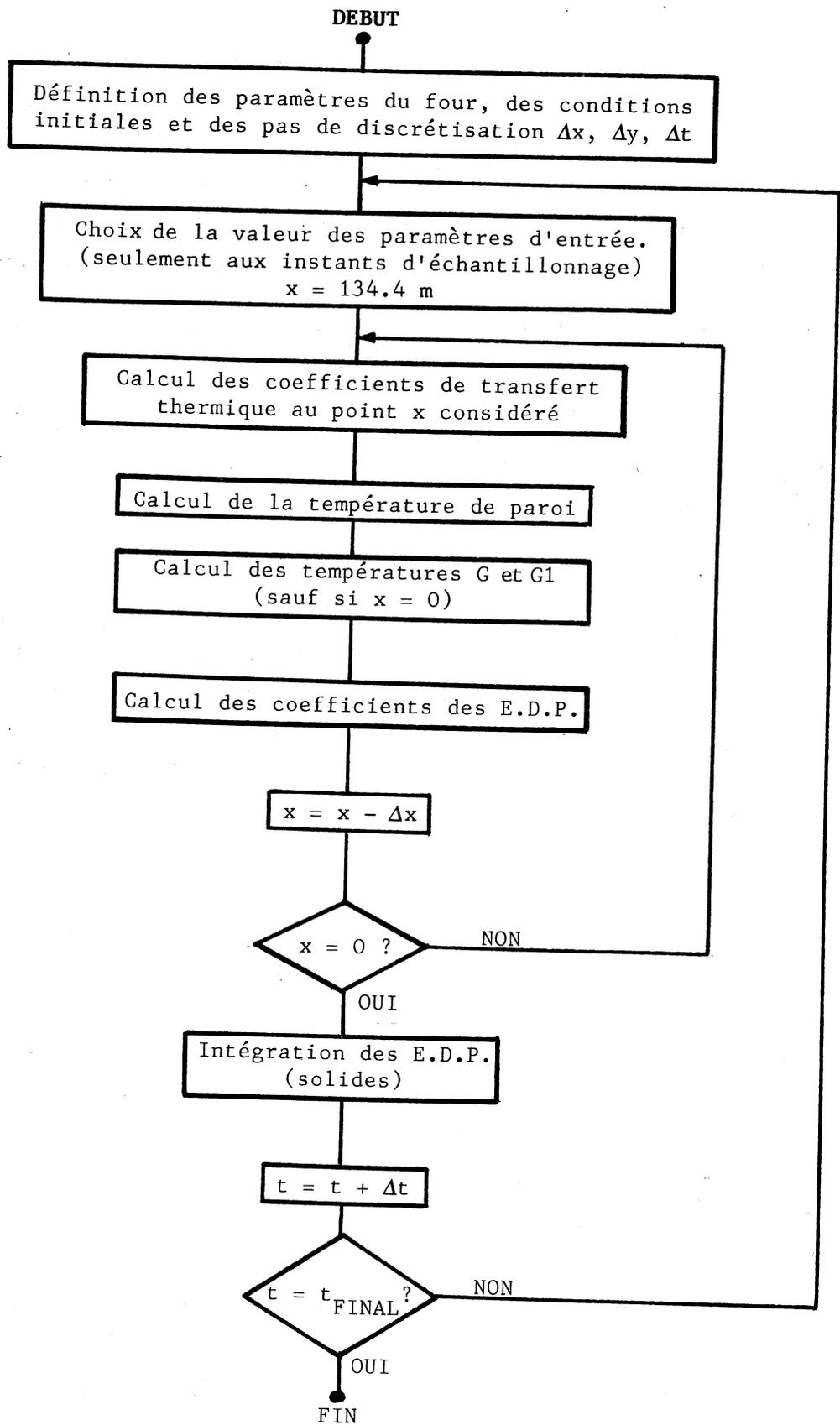
III.3. RESOLUTION DU MODELE SIMPLIFIE

Pour la résolution de ce nouveau système d'équations nous allons considérer trois parties :

- 1) Résolution de l'équation algébrique
- 2) Résolution des E.D.O.
- 3) Résolution des E.D.P.

comme cela est montré dans l'organigramme (2.3)

- La résolution de l'équation algébrique a été traitée dans le paragraphe (II.3.2.).
- Pour la résolution d'une E.D.O. nous construisons un schéma de discrétisation aux différences. Un schéma bien adapté aux systèmes d'équations couplées est le schéma d'EULER, qui est approximant à l'ordre 1.



Organigramme 2.3.

Cette méthode a l'avantage d'être simple, mais son application exige que le pas de discrétisation soit petit pour obtenir une précision suffisante. Le pas de discrétisation Δx a été choisi suffisamment petit, tel que sa diminution ne provoque plus de modification appréciable de la solution. Le pas choisi finalement, issu d'un compromis précision-temps de calcul, a été de $h = 0.1$ m.

Pour la résolution des E.D.P. nous avons utilisé la méthode exposée au chapitre II.

III.3.1. Résultats numériques

Nous avons fait une étude numérique du nouveau modèle en régime transitoire. En considérant un échelon sur la commande nous avons effectué la simulation pour des pas de discrétisation temporels différents. Nous pouvons constater que dans tous les cas les régimes transitoires et permanents sont pratiquement identiques. Cela nous permet de conclure que la précision est suffisante.

Finalement, le pas de discrétisation choisi est de 240 secondes. Cela nous assure une stabilité numérique dans tous les cas traités. La figure (3.4) nous montre l'évolution temporelle des températures de la charge en quatre points du four (1 : zone d'avant feu 1, 2 : zone de plein feu 1, 3 : zone des refroidisseurs rapides, 4 : sortie du four).

La figure (3.5a) nous montre les profils obtenus lorsque le régime permanent est atteint.

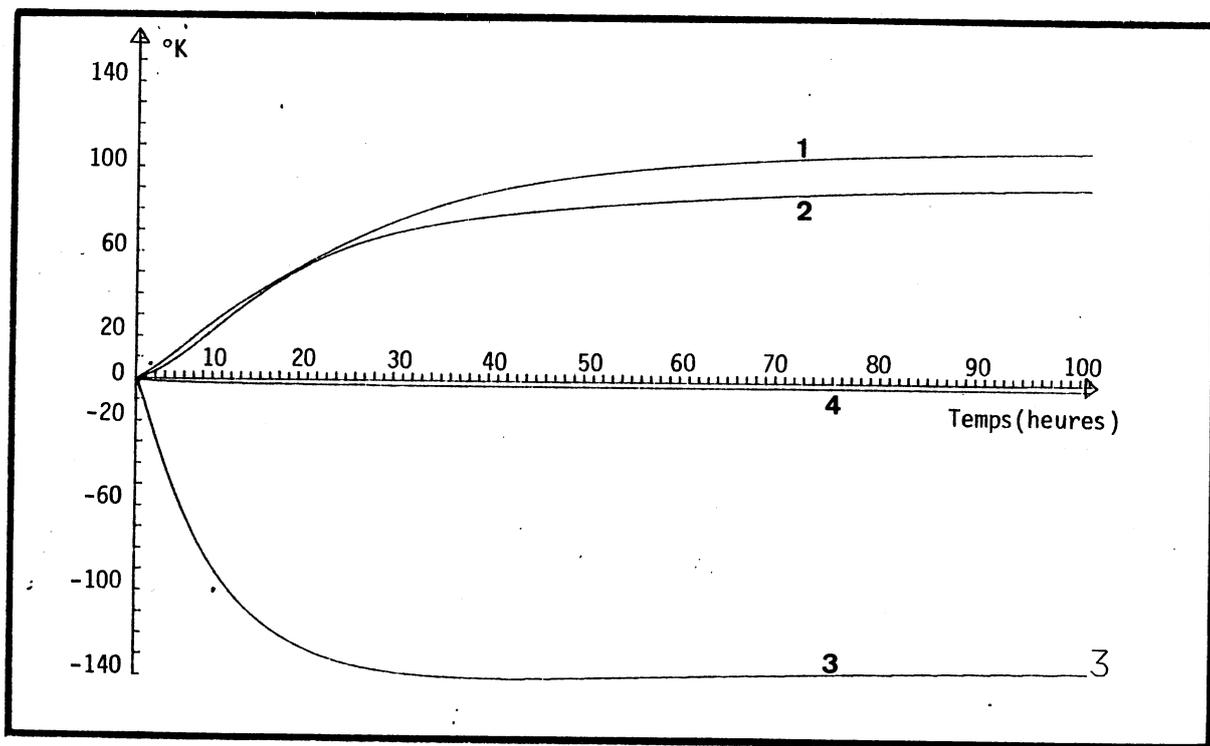


Figure 3.4.

Evolution temporelle de la température de la charge

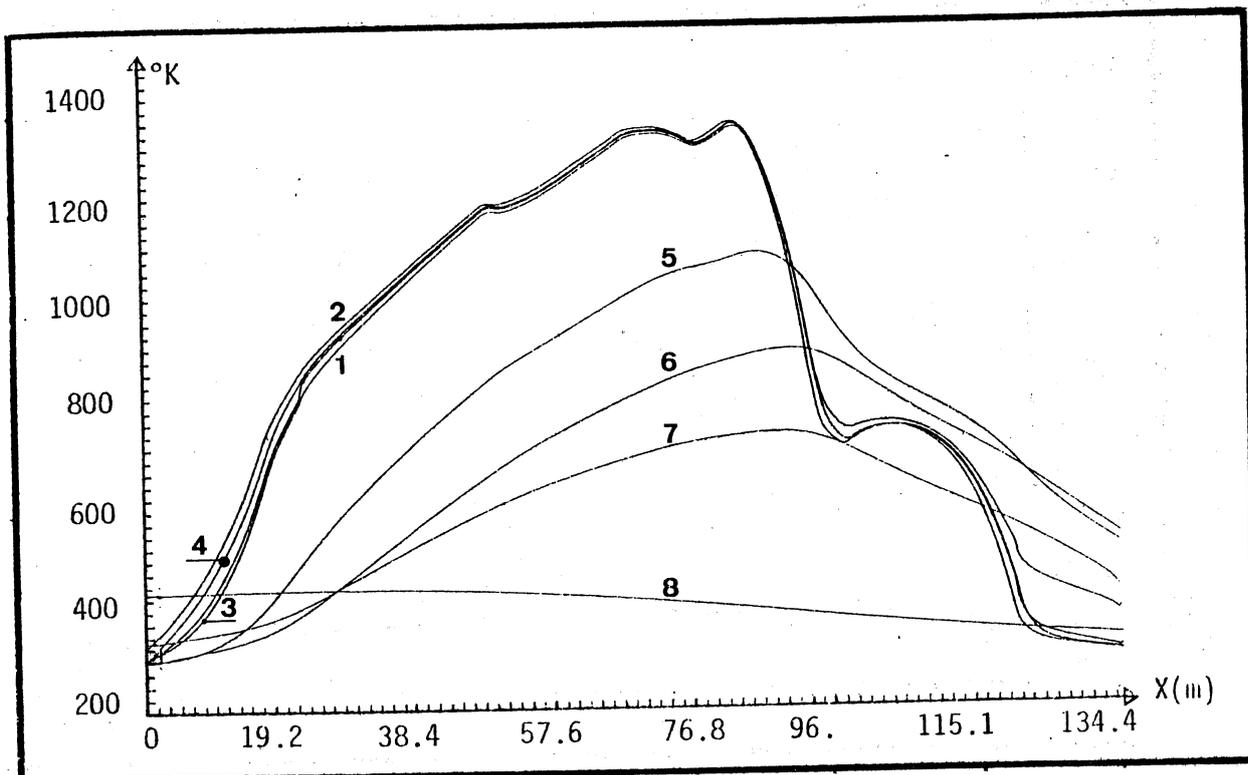


Figure 3.5.a) Réponse simulée

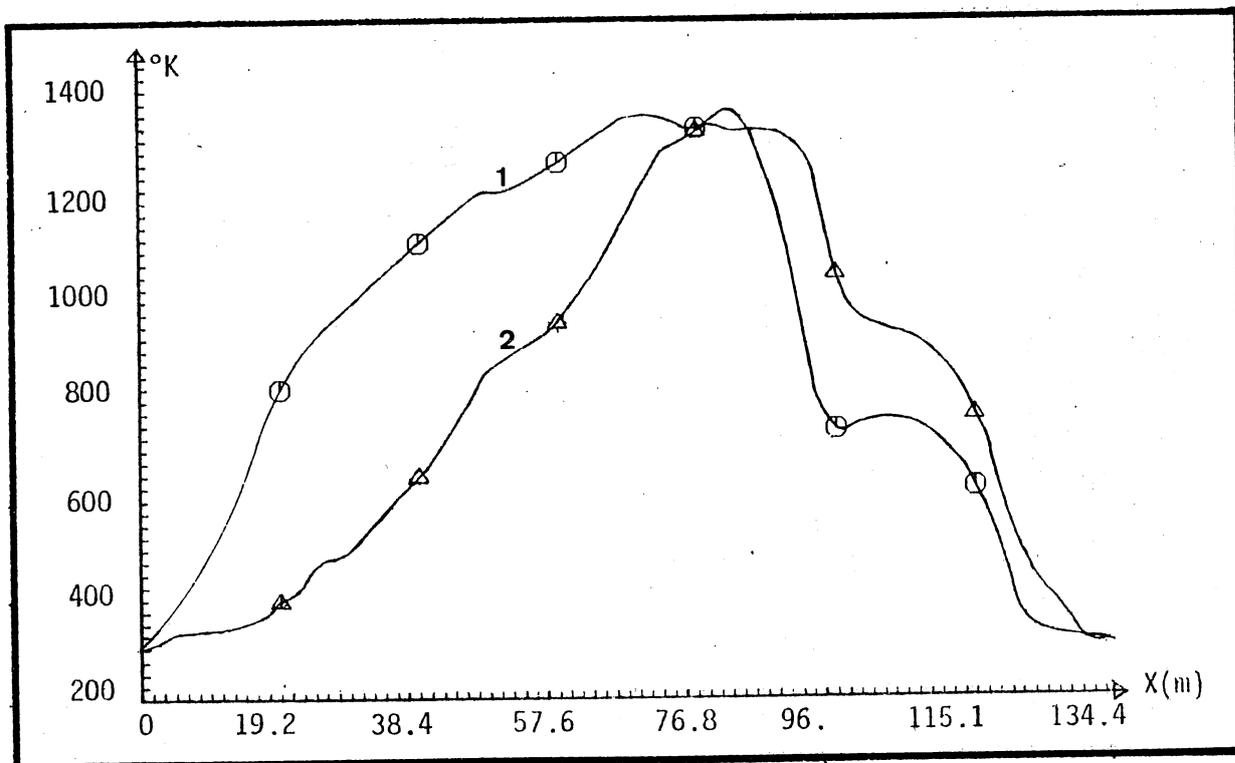


figure 3.5.b) Profils dans la charge

- 1. Réponse simulée
- 2. Mesure expérimentale

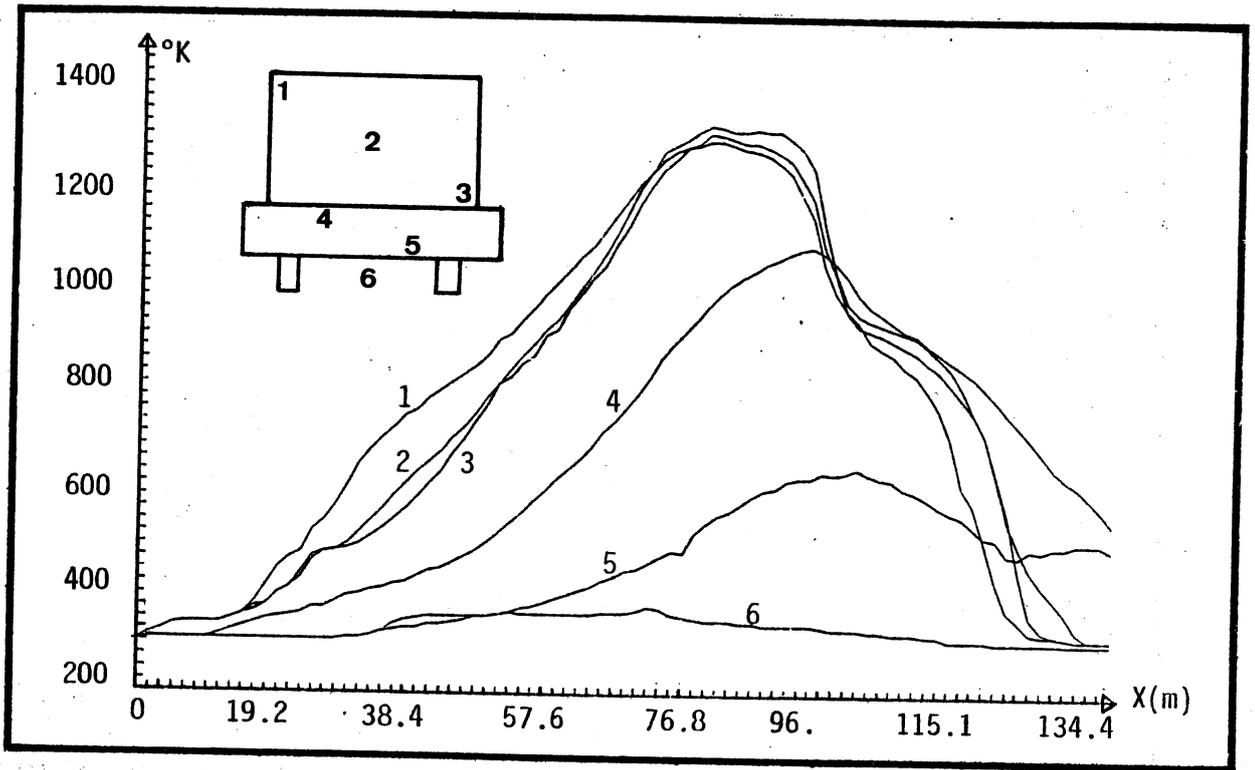


Figure 3.6.a) Mesures expérimentales (chariot "témoin")

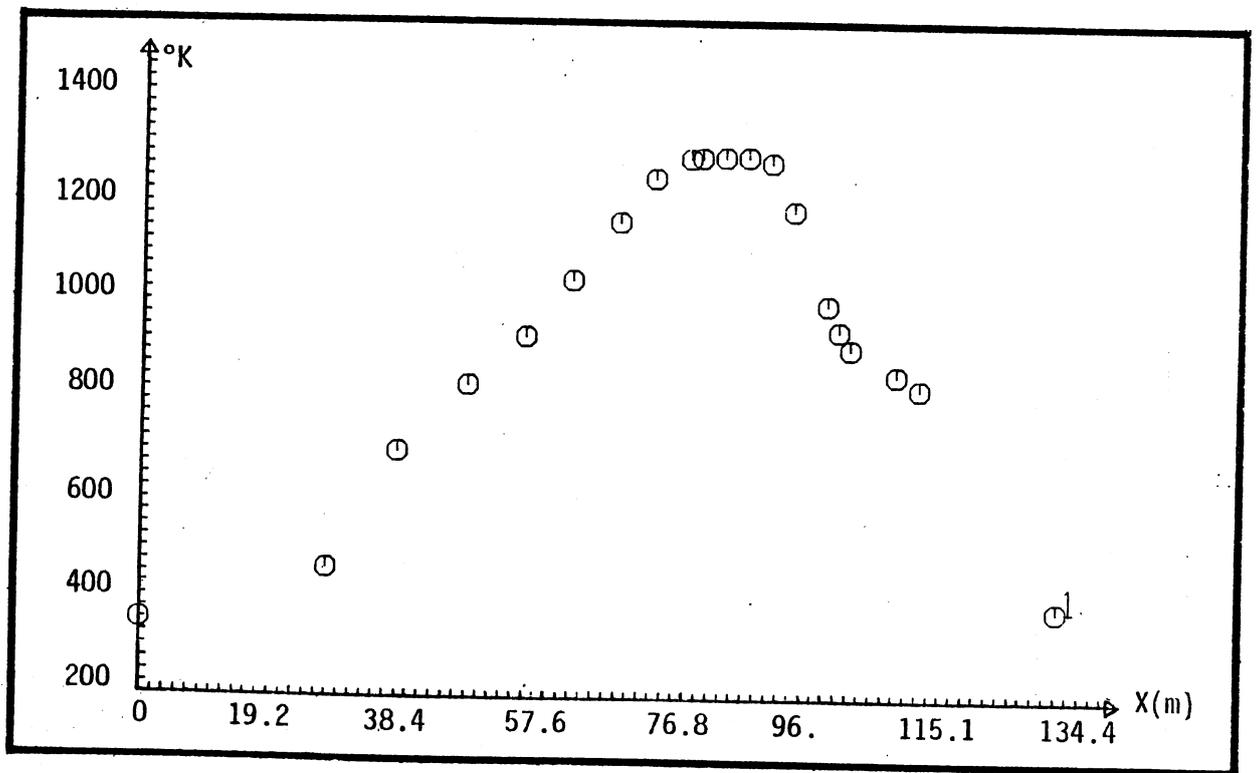


figure (3.6.b) Températures du gaz G
(Mesurées sous la voûte)

Les températures représentées sont :

1. Charge T
2. Gaz G
3. Paroi P
- 4...7 Socle S
8. Gaz sous socle G1.

La figure (3.6a) donne les profils obtenus par des mesures expérimentales effectuées sur un chariot témoin. Les températures représentées sont :

- 1.2.3. Températures dans la charge
- 4.5. Températures dans le socle
6. Températures de l'air sous socle

Par observation de la figure (3.5b) nous pouvons constater l'existence d'une différence entre les mesures effectuées sur le système réel et la réponse obtenue par simulation. Il y a à cela au moins deux raisons :

1) Les erreurs de mesures. En effet, la difficulté de prise des mesures, ainsi que la précision des capteurs fait que, notamment pour le débit d'air secondaire et des refroidisseurs rapides, les erreurs de mesures deviennent importants.

2) La méconnaissance de certains paramètres.

La plupart des paramètres physico-chimiques des différents matériaux constituant la charge ou la structure du four sont en principe connus, mais en réalité, l'hétérogénéité des matières premières et des constituants du four est la cause d'une imprécision plus ou moins importante. C'est le cas notamment de certains coefficients de transfert thermique.

Cette méconnaissance rend nécessaire l'étape de l'identification paramétrique.

III.4. ETUDE NUMERIQUE DE LA SENSIBILITE

III.4.1. Introduction

Le but de cette étude est l'analyse de l'influence de chaque paramètre du modèle sur la solution du système. Cette étude nous permettra

- de déterminer les paramètres à identifier.
- de conclure sur la validité des simplifications effectuées sur le modèle.
- de déterminer les paramètres d'entrée moins influents nous permettant de décider sur leur groupement (cas des brûleurs ou des refroidisseurs rapides) avec d'autres groupes adjacents.

III.4.2. Sensibilité par rapport aux conditions aux limites

Nous rappelons que les conditions aux limites sont de type : DIRICHLET (voir paragraphe (I.4.2.)).

Nous remarquons que les valeurs prises par les conditions aux limites ont un caractère aléatoire puisqu'elles dépendent de la température ambiante, ainsi que de conditions externes au four (conditions de séchage et stockage des tuiles avant la cuisson). Ces conditions ne sont pas maîtrisables.

Pour étudier l'influence de la variation des conditions aux limites sur la solution, nous avons modifié à chaque fois la valeur d'une des conditions aux limites de 30%. Nous avons comparé la nouvelle solution avec le régime d'équilibre non perturbé.

Nous pouvons observer, que l'influence des conditions aux limites des équations relatives à la charge, au socle et au gaz G se fait sentir sur une petite zone (zone d'entrée ou de sortie selon le cas) (Figures (3.7), (3.8), (3.9)).

Par contre, la figure (3.10) nous montre que l'influence d'une variation de la condition aux limites de l'équation relative au gaz sous socle est plus importante. Mais, même dans le cas perturbé, le profil thermique dans la charge n'est pratiquement pas affecté. En conséquence, le choix des conditions aux limites constantes en fonction du temps est justifié.

III.4.3. Sensibilité aux paramètres de structure et d'entrée [10]

La complexité du modèle est due à sa structure mathématique et au nombre élevé de paramètres le définissant. Une identification

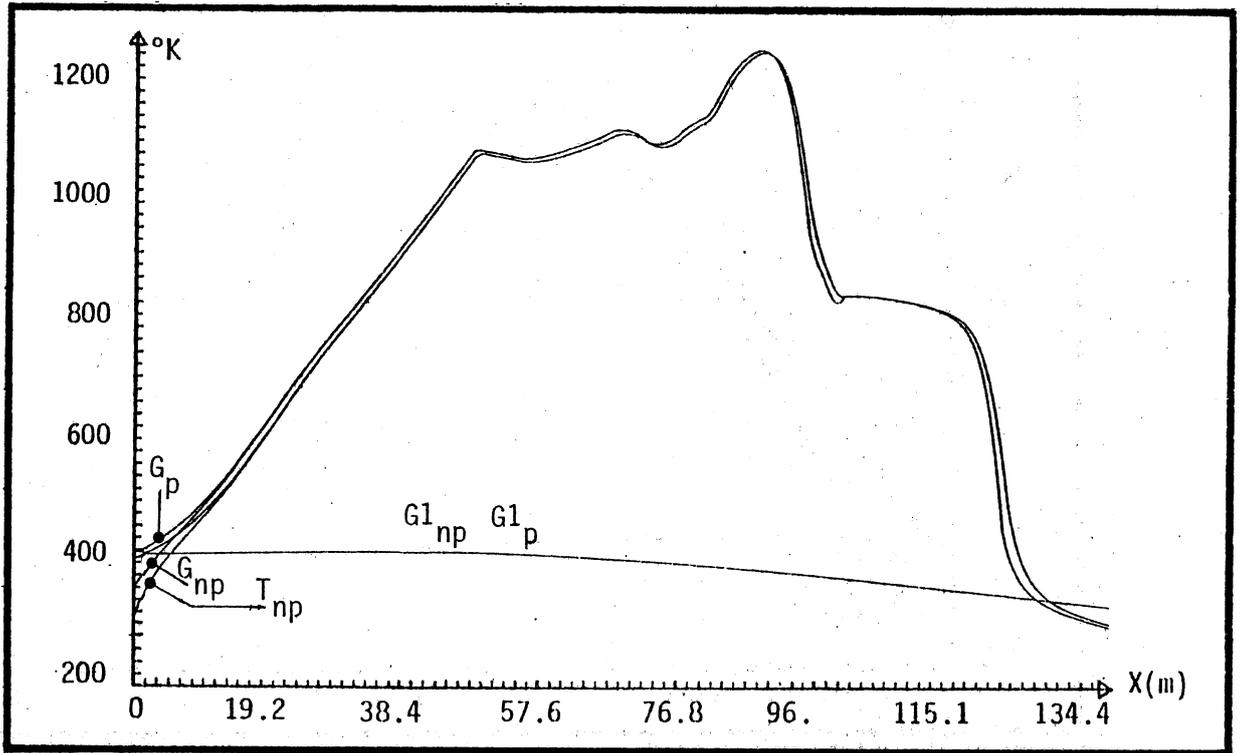


Figure 3.7. Sensibilité par rapport à la C.L. de la charge (T)

X_{np} : Profil X non perturbé

X_p : Profil X perturbé

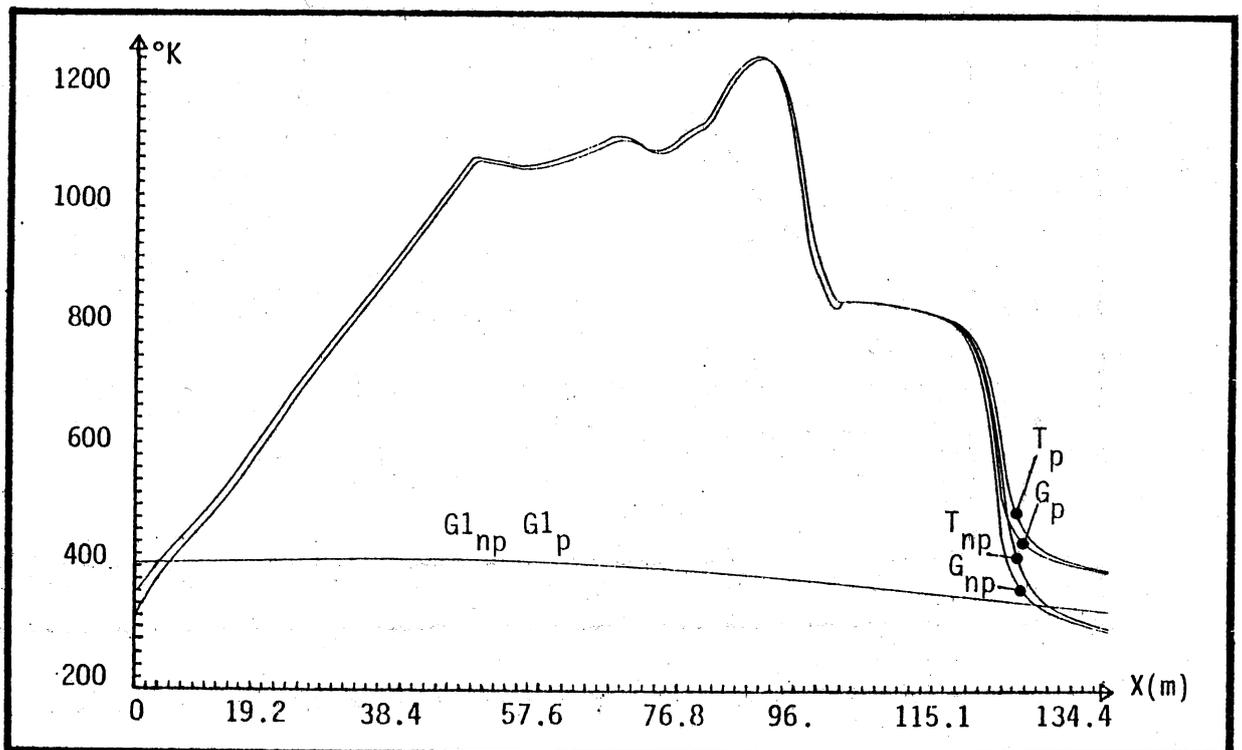


Figure 3.8. Sensibilité par rapport à la C.L. du gaz G.

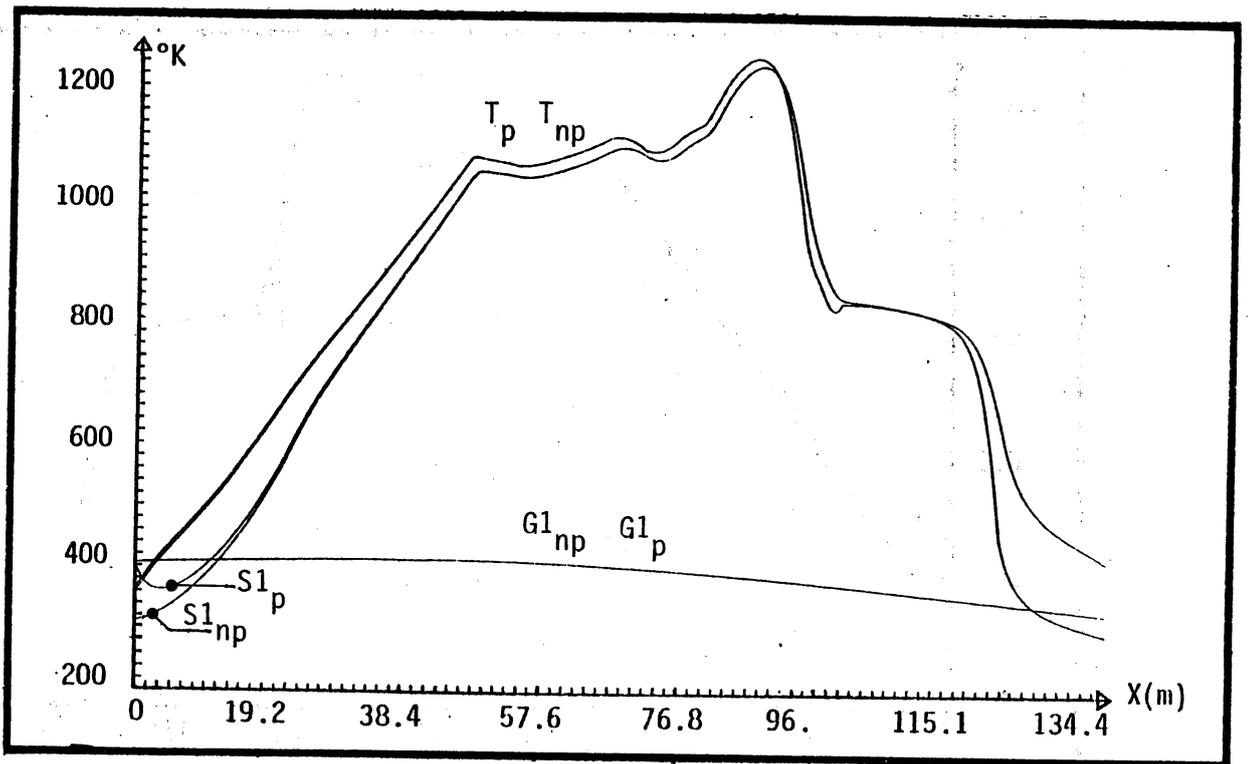


Figure 3.9. Sensibilité par rapport à la C.L. du socle (S1)

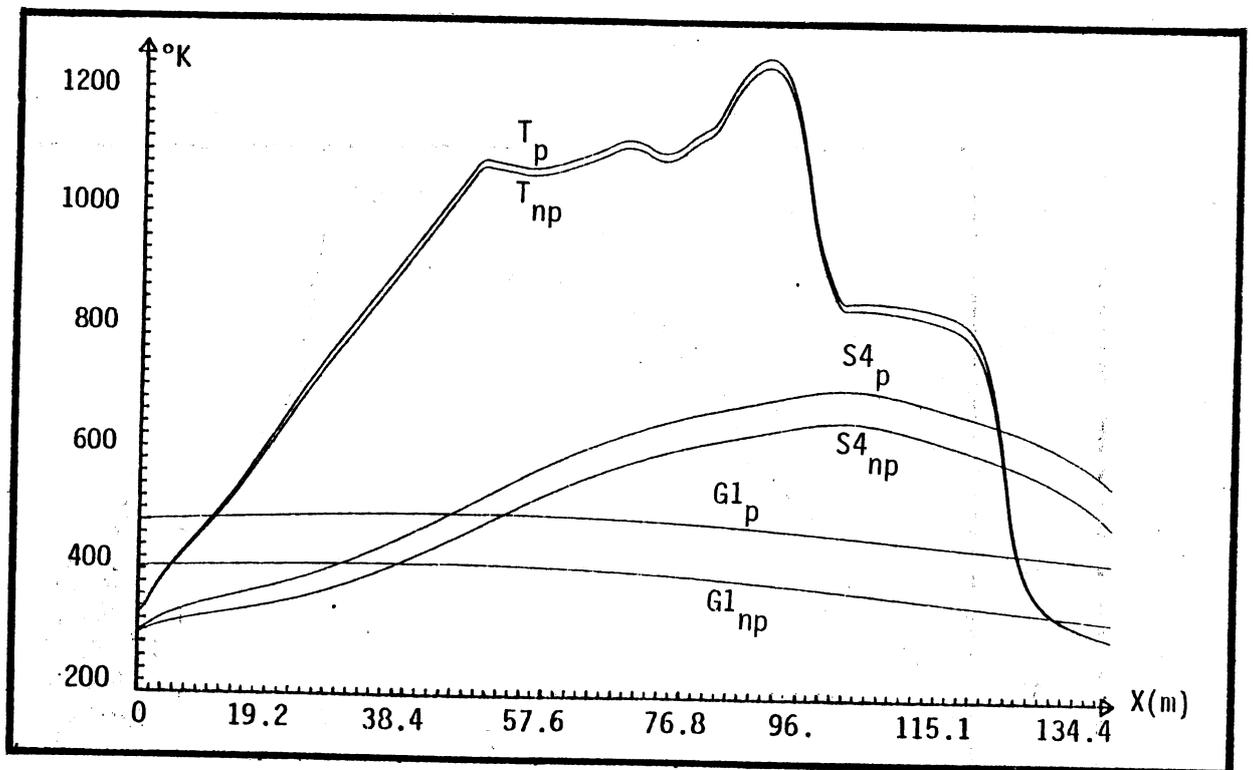


Figure 3.10. Sensibilité par rapport à la C.L. du gaz sous socle (G1)

de tous les paramètres ne peut pas être envisagée. Donc, seuls seront identifiés les paramètres provoquant la plus grande sensibilité de la solution.

Cette étude portera aussi bien sur la phase transitoire que sur le régime permanent calculés par un échelon de + 10% sur le débit des brûleurs par rapport à la valeur correspondant au profil initial d'équilibre.

A cet effet, nous avons considéré les profils de températures correspondant à certains instants choisis de la phase transitoire, et du régime permanent.

Pour quantifier la sensibilité de chaque profil "i" par rapport à une perturbation paramétrique, nous définissons la fonction d'évaluation suivante :

$$(\varepsilon_i^n)^2 = \sum_{j=0}^{NTX} (\varepsilon_{i,j}^n)^2$$

NTX est le nombre de points discrets existant dans un profil.

$\varepsilon_{i,j}^n$ est l'erreur relative définie par l'expression :

$$\varepsilon_{i,j}^n = \frac{Y_{i,j}^n - Y_{ic,j}^n}{Y_{ic,j}^n}$$

où :

$Y_{ic,j}^n$ est la valeur de la température non perturbée (i) au point x_i et à l'instant t_n .

$Y_{i,j}^n$ est la valeur de la température (i) à l'instant t_n et au point x_i avec une perturbation de + 20% sur la valeur initiale du paramètre considéré.

Nous présentons par la suite les résultats obtenus concernant l'influence de deux types de paramètres :

- paramètres de structure
- paramètres d'entrée.

III.4.3.1. Sensibilité aux paramètres de structure

Cette étude a été réalisée en deux temps. Tout d'abord les coefficients de transfert thermique convectifs et radiatifs ont été étudiés. Les valeurs numériques obtenues ont montré une faible sensibilité de la solution du modèle. Cela nous permet de conclure à la validité des simplifications proposées.

Ensuite, nous avons étudié les paramètres physiques mal connus. Parmi ceux-ci nous pouvons distinguer ceux pour lesquels la sensibilité est forte :

C_T : chaleur spécifique de la charge

C_{GA} : Coefficient constant de l'expression de la chaleur spécifique " C_G " du gaz G : $C_G = C_{GA} + C_{GB} \cdot G$

Ceux pour lesquels la sensibilité est moyenne :

ρ_S : Masse volumique du socle

C_S : Chaleur spécifique du socle

ϵ : Emissivité des solides

Tous les autres paramètres testés (jusqu'à 24) ont une influence beaucoup plus faible.

Les figures (3.11) et (3.12) nous montrent les profils initial (+), non perturbé (0) et perturbé (Δ) pour les paramètres les plus influents.

Finalement, nous pouvons constater que tous les paramètres testés qui influent sur le régime permanent, sont aussi influents, dans la même proportion, sur la phase transitoire. Ceci est logique, puisqu'il n'y a pas de termes apparaissant uniquement dans les termes en dérivée temporelle de l'E.D.P..

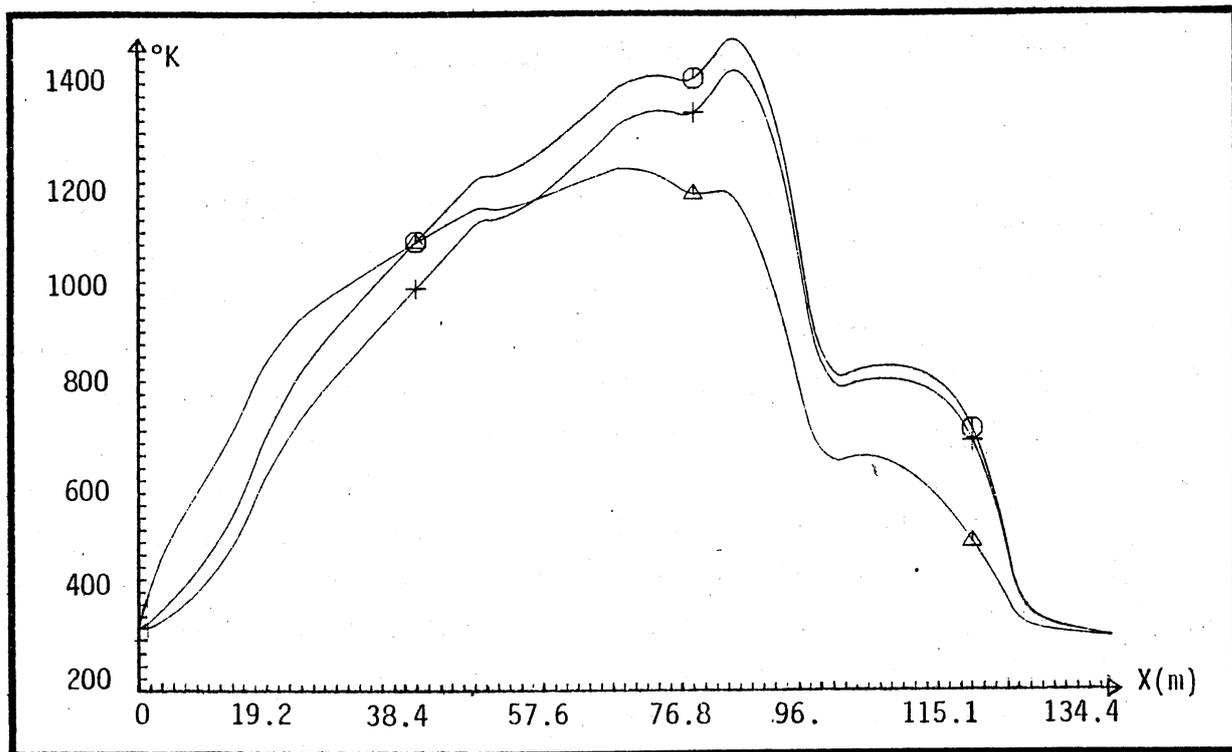


Figure 3.11. Influence de " C_G " sur le profil de la charge

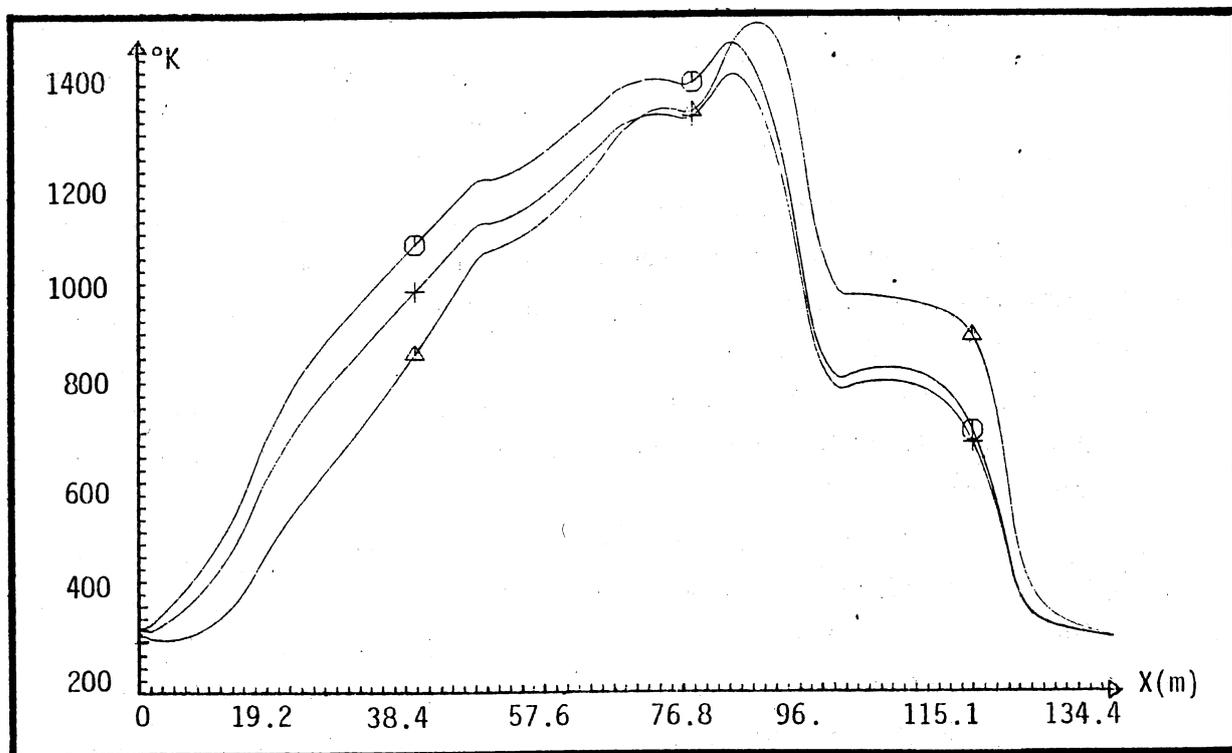


Figure 3.12. Influence de " C_T " sur le profil de la charge

III.4.3.2. Sensibilité aux paramètres d'entrée

Pour cette étude, nous introduisons une perturbation de + 10% sur le paramètre d'entrée à étudier. Ensuite nous comparons les réponses des systèmes perturbé et non perturbé. Une très forte sensibilité de la solution est obtenue par rapport à des variations du débit d'air secondaire (DBSEC). Avec une sensibilité moindre, viennent ensuite la récupération directe (R.D.) et le débit massique de la charge. Les autres variables de commande ont une sensibilité bien plus faible.

Ce résultat nous montre que, en fonction de la cadence souhaitée, nous pourrions réunir des groupes de brûleurs ainsi que les trois groupes de refroidisseurs rapides afin de diminuer le nombre de variables de commande. Cela entraînerait une réduction des dimensions matricielles du modèle localisé et, par conséquent, une résolution numérique plus aisée du problème de la régulation [21].

III.5. CONCLUSION

La nécessité d'avoir une structure mathématique suffisamment exploitable, nous a obligé à considérer une série de simplifications dans la détermination d'un modèle représentatif du fonctionnement thermique du four.

Tout d'abord, nous avons éliminé les termes qui représentent des phases transitoires rapides. Puis, nous avons établi des expressions bilinéaires approximant les expressions des coefficients thermiques convectifs et radiatifs.

Ceci nous a permis de multiplier le pas de discrétisation temporelle par un facteur : 6000, en diminuant, donc, le volume des calculs et leur durée dans la même proportion.

Toutefois, l'observation des courbes expérimentales et des courbes simulées nous montre un écart important. Donc une étude d'identification devra être réalisée (chapitre suivant).

Enfin, l'ensemble des simplifications ont été justifiées par une étude de sensibilité. Cela a permis de valider le modèle simplifié par rapport au modèle original, et de définir parmi les paramètres mal connus, ceux qui devront être identifiés.

CHAPITRE IV

-:-:-

IDENTIFICATION ET OPTIMISATION STATIQUE

-:-

IV.1. INTRODUCTION

Actuellement, dans la plupart des installations industrielles, on constate que le chauffage constitue la partie la plus importante des frais d'exploitation.

De même, dans l'industrie céramique, le prix d'exploitation est fortement influencé par le coût énergétique de la cuisson. Pour ceci, nous allons orienter le problème d'optimisation dans deux directions bien distinctes :

1) Augmentation du rendement du four :

- Récupération de l'air chaud dans la zone de refroidissement pour le séchage.
- Diminution de la consommation énergétique

2) Minimisation des produits défectueux dans la production, tout en améliorant la qualité du produit.

Enfin, l'objectif de l'optimisation du fonctionnement concerne la recherche d'un régime nominal optimal par rapport à un critère énergétique. Ce régime nominal doit vérifier les conditions imposées par les caractéristiques physiques des matières premières et du four.

Dans cette phase, il est essentiel d'obtenir de la part du céramiste le maximum de renseignements concernant : le produit, les matières premières et le procédé de fabrication. Ces renseignements nous permettent de formuler mathématiquement le problème.

Etant donné que cette étude d'optimisation repose sur la connaissance d'un modèle mathématique, il est évident que l'applicabilité des résultats obtenus dépendra de la validité du modèle. C'est dans ce sens que, après avoir mis en évidence la nécessité d'une identification paramétrique, nous présenterons une méthode de résolution pour le problème de l'identification.

Ensuite, l'étude de l'optimisation du fonctionnement conduira à la détermination d'une structure d'action optimale vis à vis d'un critère de type énergétique.

IV.2. NECESSITE DE L'IDENTIFICATION

Nous avons constaté, dans ce qui précède, un écart existant entre les profils de température obtenus par simulation et les mesures expérimentales prises sur le four (voir les figures (3.6a) et (3.7)).

Cet écart peut s'expliquer de deux façons :

- La méconnaissance ou mauvaise connaissance des valeurs numériques associées à certains paramètres du modèle.

- Les erreurs dues aux mesures, parfois très délicates, notamment au niveau des différents débits de courants gazeux.

Il est donc nécessaire, d'identifier les paramètres du modèle, de façon à obtenir un comportement en simulation le plus proche possible de la réalité.

IV.3. MESURES EXPERIMENTALES

Les informations caractérisant le comportement du four sont fournies par un ensemble de mesures effectuées sur le site, tant au niveau des entrées (débit des brûleurs, de la récupération directe, de l'air secondaire, et des refroidisseurs rapides) qu'à celui des profils de températures régnant dans le four, pour un régime de productivité donné (cadence = 30 minutes).

A cet effet, plusieurs capteurs ont été installés (potentiomètres de recopie, et thermocouples de type "K"). Des campagnes de mesure ont été organisées. Malheureusement nous ne disposons que de mesures relatives à un régime d'équilibre.

*** Mesures des températures.** Pour le régime stationnaire non perturbé considéré, un chariot "témoin" comportant des thermocouples a permis de connaître l'évolution des températures dans la charge (courbes (1, 2, 3), de la figure (3.6a)) socle (courbes (4, 5)) et du gaz sous socle (courbe 6)) tous les 1,6 mètre. 20 thermocouples fixés sous la voûte du four fournissent la température du courant gazeux en permanence (figure (3.6b)).

Nous considérons ces mesures de températures comme "bonnes", l'erreur n'étant pas supérieure à $\pm 10^{\circ}\text{K}$.

*** Mesure des débits d'air secondaire et du gaz sous socle**

Le courant gazeux à contre courant de la charge est injecté dans le four par des ventilateurs situés en sortie des wagons et extrait du four au niveau du sas situé à l'entrée des wagons. De même, l'air circulant sous le socle est aussi injecté par d'autres ventilateurs situés au dessous du four, près de l'entrée des wagons. Cet air, chauffé par le socle, est aspiré et envoyé aux refroidisseurs rapides et aux brûleurs comme air primaire.

La mesure de ces débits a été effectuée à l'anémomètre. La mesure du débit d'air secondaire est très délicate : d'une part les débits ne sont pas laminaires et d'autre part le facteur "erreur humaine" est important sur ce mode de mesure. En effet, nous avons constaté que deux mesures effectuées par deux personnes différentes donnaient des différences de 50%.

* Mesure du débit de la récupération directe

Il est mesuré par un tube de PITOT et peut être considéré comme la meilleure des mesures, puisque la mesure a été réalisée à l'intérieur d'un tuyau rectiligne suffisamment long.

* Mesure des débits des brûleurs

Il s'agit de brûleurs de type : JET à haute performance, qui travaillent en deux régimes de fonctionnement :

- petit feu : régime minimal de fonctionnement (régime de maintien)
- grand feu : régime maximal

Il faut noter que malgré l'identité théorique des brûleurs, les différents degrés d'usure ont rendu leurs caractéristiques différentes. Le dernier étalonnage a donné les résultats donnés dans le tableau suivant

Nom de la zone	Nombre de brûleurs	Consommation en	Consommation en
		PETIT FEU 10^{-3} kg/s/2 brûleurs	GRAND FEU 10^{-3} kg/s/2 brûleurs
AF1	8	0.816	2.997
AF2	8	1.595	3.391
AF3	8	0.701	6.047
PF1	6	1.446	5.12
PF2	6	2.012	5.17
PF3	4	2.167	5.261
PF4	4	2	5.622
PF5	4	1.702	6.241
PF6	4	2.659	6.448
PF7	4	2.449	7.118

Tableau T.1. Caractéristiques des brûleurs

AV : Avant feu
PF : Plein feu

Le débit moyen par groupe des brûleurs, dans le cas d'un régime établi pour une cadence donnée d'avancement des wagons a été calculé à partir des valeurs de cette table et en fonction des intervalles de temps passés en petit et en grand feu, sur une période suffisamment grande. Le temps de commutation est supposé négligeable.

Par contre, la mesure des débits des refroidisseurs rapides (R.R.) n'a pas pu être effectuée. Nous ne connaissons approximativement que le débit total apporté par l'ensemble des R.R. (1 kg/s).

Le tableau suivant donne l'ensemble des valeurs de débits :

Débit d'air secondaire	11 kg/s
Débit de la R.D.	- 7.5
Débit du gaz sous socle	9.18
Débit des brûleurs AF1	0.0563
Débit des brûleurs AF2	0.0493
Débit des brûleurs AF3	0.0556
Débit des brûleurs PF1	0.0884
Débit des brûleurs PF2	0.1012
Débit des brûleurs PF3	0.0533
Débit des brûleurs PF4	0.0643
Débit des brûleurs PF5	0.0985
Débit des brûleurs PF6	0.0884
Débit des brûleurs PF7	0.0935
Débit des refroidisseurs R.R.	1kg/s

Tableau T.2. Valeurs numériques des paramètres d'entrée.

Nous entendons par débit des brûleurs, la somme du gaz combustible et de l'air de combustion. En fait, ces deux grandeurs sont liées par la formule :

$$D_{Ri} = 21.4 \cdot D_{BRi}$$

Les campagnes de mesure ont été dirigées par M. IPPOLITO (L.A.A.S. - C.N.R.S. - I.N.S.A.) et par le thermicien des Etablissements GELIS : M. WIERZBICKI.

IV.4. IDENTIFICATION DU MODELE

L'identification est la recherche des valeurs numériques de certains paramètres P de façon à minimiser un critère d'erreur $J(p)$.

Pour y parvenir, il faut répondre aux questions suivantes :

- Quelle méthode d'identification utiliser?
- Quel critère choisir?
- Quels paramètres identifier?

Nous supposerons, a priori, que les paramètres sont identifiables. Ceci n'est pas une barrière puisque la connaissance des paramètres n'intervient pas dans la formulation du problème d'identification [23]. L'identifiabilité sera seulement vérifiée a posteriori sur les résultats numériques (convergence ou non convergence des paramètres vers des valeurs admissibles).

IV.4.1. Méthode d'identification

Pour l'identification des systèmes non linéaires, la méthode du modèle se ramène à l'utilisation des techniques de programmation non linéaire. Ces techniques conduisent à l'utilisation d'algorithmes itératifs qui calculent les paramètres suivant l'expression :

$$P_{i+1} = P_i + \lambda_i \cdot S_i$$

P_i est le vecteur des paramètres, λ_i et S_i sont le pas et la direction de recherche. Les différentes méthodes se caractérisent par la façon de choisir S_i et λ_i [25] [26] [29] [30].

Ainsi, parmi les procédures directement adaptées aux systèmes à paramètres répartis, il existe la méthode de l'état adjoint [22]. Elle nécessite un développement mathématique assez lourd et une résolution numérique coûteuse en temps de calcul.

Nous avons préféré une méthode moins sophistiquée qui permet de trouver une direction de descente sans calcul explicite du gradient. C'est la méthode de POWELL qui consiste en une recherche du minimum dans les directions conjuguées [26] [29] [30].

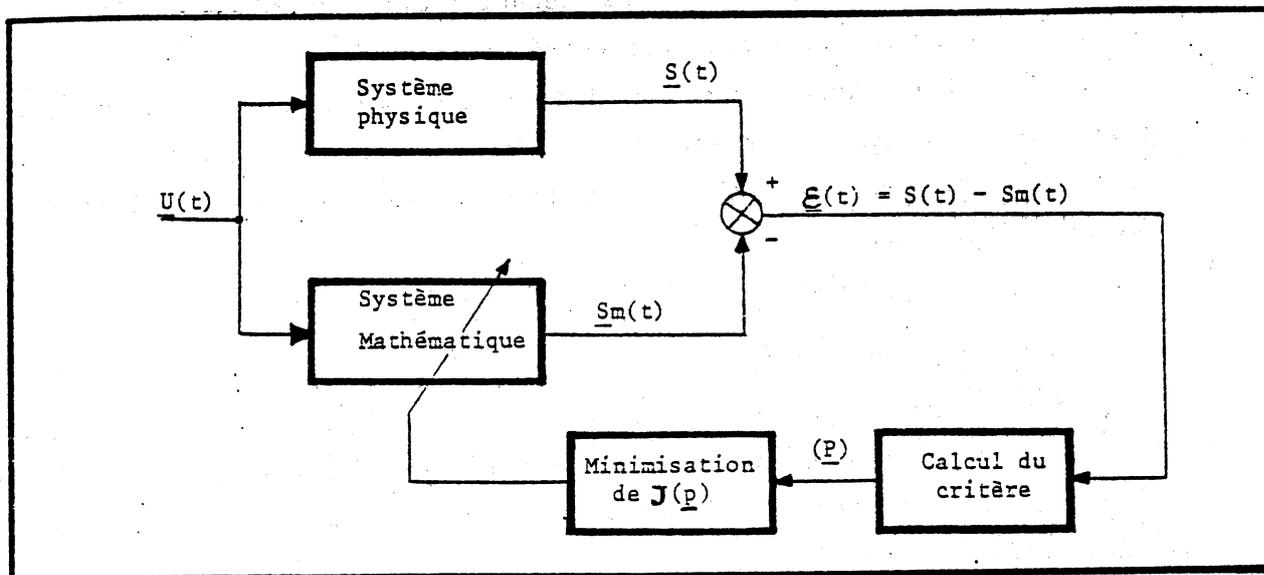


Figure 4.1. - Identification paramétrique

IV.4.2. Critère d'optimalité

Nous avons défini le critère comme la fonction qui évalue la distance, dans l'espace paramétrique engendré par les paramètres p_i , entre le point image du modèle et le point image du processus.

$$J(p) = \sum_{i=1}^{NM} [T^i - TM^i]^2 + \sum_{j=1}^{NTH} [G^i - GM^i]^2 + \sum_{k=1}^{NM} [S_4^k - SM^k]^2$$

T, G, S_4 sont les réponses du modèle (températures dans la charge, le gaz et le socle).

TM, GM, SM sont les mesures

NM Nombre de point de mesure (NM = 85)

NTH Nombre de thermocouples (NTH = 20)

IV.4.3. Choix des paramètres d'identification

Le choix des paramètres à identifier a été guidé par les résultats de l'étude de sensibilité et par un critère d'identifiabilité. En effet, le problème d'identification numérique étant d'autant plus difficile à résoudre, du point de vue de la convergence et de l'unicité de la solution, que le nombre des paramètres est élevé, on a intérêt à déterminer le nombre minimal de paramètres à identifier.

Un paramètre ne sera identifiable que s'il agit de façon sensible sur la solution pour une entrée donnée [25].

Nous avons donc choisi comme paramètres d'identification, ceux liés à la plus forte sensibilité de la solution. Les autres paramètres conservent des valeurs estimées à partir des mesures ou bien déjà définies par la littérature.

Les paramètres à identifier sont :

$$C_{GA}, C_T, \varepsilon, \rho_S, C_S$$

Notons que : ρ_S apparaît dans le modèle multiplié par C_S . Ces deux paramètres ne sont pas identifiables séparément [25] [22]. Nous allons, donc, considérer le produit $\rho_S \cdot C_S$ comme un nouveau paramètre à identifier.

Pour que l'identification ait un sens, il faut bien entendu appliquer la même commande au processus et au modèle. Mais la difficulté d'obtention de mesures précises de débits, notamment les débits des refroidisseurs rapides (R.R.), fait que la valeur de ces commandes n'est connue que par une estimation grossière. Ceci nous a amené à introduire cette commande comme un paramètre à identifier.

IV.5. RESULTATS

La figure (4.2.) nous montre les courbes expérimentales, avant identification et après identification. Nous observons une excellente concordance des courbes réelle et simulée pour la montée en température. Par contre, nous constatons certains écarts dans la zone du palier de cuisson et du refroidissement. Ces écarts ne peuvent être améliorés que par l'introduction dans le modèle mathématique de termes supplémentaires rendant compte des phénomènes négligés, tel que, par exemple : la diffusion axiale de la chaleur.

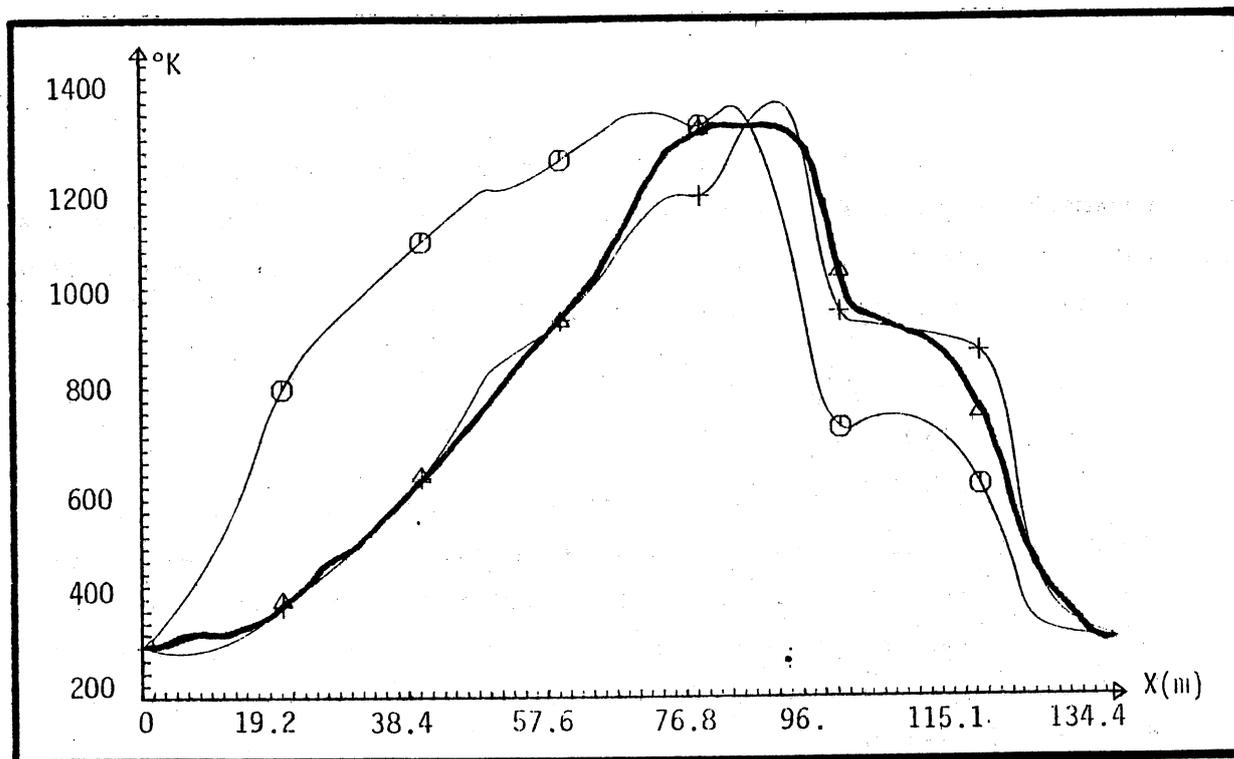


Figure 4.2. - Identification paramétrique.

△ Mesures expérimentales

○ Profil de la charge avant identification

+ Profil de la charge après identification

La valeur numérique des paramètres, avant et après identification est donnée dans le tableau suivant :

Paramètre	Valeur avant l'identification	Valeur après l'identification
C_{GA}	971.	994.5
C_T	1000	1403.5
E	0.9	0.77
$\rho_S C_S$	$1.427 \cdot 10^6$	$1.5 \cdot 10^6$

Tableau T.3. - Valeurs des paramètres identifiés.

Les refroidisseurs rapides ont été représentés par un seul paramètre d'optimisation correspondant au débit d'un des trois (RR(2)). La connaissance du fonctionnement du processus nous a permis d'estimer que la relation entre les débits pourrait être :

$$RR(1) = 1.3 * RR(2)$$

$$RR(3) = 0.7 * RR(2)$$

Le résultat d'identification nous montre que la somme de ces débits est de 0.99, valeur très proche de l'estimation initiale. Ceci nous permet de conclure sur la validité de cette estimation.

Par conséquent, nous considérons que pour le modèle actuel et les mesures dont nous disposons, les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants.

IV.6. OPTIMISATION DU FONCTIONNEMENT. POSITION DU PROBLEME

Il s'agit de choisir, parmi toutes les possibilités qui existent pour commander le four, celle qui minimise un certain critère. Nous avons choisi un critère de type énergétique.

Le domaine d'admissibilité de la commande est limité par deux types de contraintes :

- Contraintes technologiques.

Ce sont des contraintes liées aux caractéristiques du matériel. En effet, les différentes variables d'action sont bornées.

- Contraintes de cuisson.

Pour obtenir un produit de bonne qualité, la cuisson doit être réalisée en respectant certaines contraintes. Rappelons ces contraintes :

A) Le maintien du produit à cuire à une température supérieure à 1290°K durant 3 heures au minimum.

B) Dans les zones de chauffage et de refroidissement le point "quartz" (point critique aux environs de 850°K) doit être franchi avec un gradient temporel inférieur à 40°/h.

Pour que cette dernière contrainte soit bien vérifiée, nous allons étendre cette restriction à tous les points compris entre 773 et 923°K.

IV.7. FORMULATION MATHÉMATIQUE

Le problème d'optimisation peut se formuler comme suit :

$$\begin{aligned} \min_{u} J(u) \\ f(T) \geq 0 \\ g(u) \geq 0 \end{aligned}$$

où : T représente le profil de températures de la charge,

u représente le vecteur des variables d'action

J : critère d'optimalité

f : Fonctions représentatives des contraintes de cuisson

g : Fonctions représentatives des contraintes sur les commandes.

IV.7.1. Formulation du critère

Le critère est la fonction à minimiser. Dans notre cas, il représente la consommation énergétique, proportionnelle au débit du combustible :

$$J = \sum_{i=1}^{NB} D_{BRi}$$

où : NB : nombre de brûleurs du four

D_{BRi} : Débit de gaz du brûleur (i)

IV.7.2. Formulation des contraintes

- Contraintes technologiques (commandes bornées)

$$U_{imin} \leq U_i \leq U_{imax}$$

- Contraintes de cuisson.

$$1) t_c \left| \begin{array}{l} T > 1290^\circ K \\ - t_{cuisson} \geq 0 \end{array} \right. \quad \text{avec } t_{cuisson} = 3 \text{ h}$$

$$2) \left| \frac{\partial T}{\partial t} \right| - GT \leq 0 \quad \text{avec} \quad GT = 40^\circ\text{K/h}$$

$$\forall T \in [T_1, T_2]$$

$$\text{et} \quad T_1 = 773^\circ\text{K} \quad T_2 = 923^\circ\text{K}$$

NOTA : Pour plus de facilité, nous transformons la contrainte temporelle (2) en une contrainte spatiale, qui sera, donc, fonction de la cadence.

$$\left| \frac{\partial T}{\partial x} \right| - GTX \leq 0 \quad \forall T \in [T_1, T_2]$$

où $GTX = GT / UT$

UT : vitesse moyenne d'avancement des chariots.

IV.8. RESOLUTION DU PROBLEME

Nous sommes devant un problème d'optimisation avec des contraintes de type inégalité. Pour le résoudre nous considérons des transformations qui le ramènent à un problème de minimisation sans contrainte.

Ainsi, les contraintes technologiques seront éliminées par un simple changement de variable [26].

$$u_i = U_{imin} + [U_{imax} - U_{imin}] \cdot S(w_i) \quad \forall i$$

Les termes w_i sont les nouvelles composantes du vecteur d'optimisation. $S(w_i)$ est une fonction telle que sa valeur est comprise entre 0 et 1, par exemple : $S(w_i) = \sin^2(w_i)$

D'autre part, nous allons faire intervenir les contraintes de cuisson dans le critère au moyen de fonctions de pénalisation externes [26]. Ces fonctions doivent être choisies de façon à rendre convexe la zone de l'espace où les contraintes ne sont pas vérifiées.

IV.8.1. Fonction de pénalisation du gradient dans la zone du "point quartz"

Ce sont des fonctions pondérées (faisant intervenir directement la valeur du gradient autour du "point quartz" en chauffage (P_{mon}) et

au refroidissement (P_{des}).

$$P_{mon} = \sum_{x=x_{1m}}^{x_{2m}} f_{mon}(x) \cdot q(T)$$

$$P_{des} = \sum_{x=x_{1d}}^{x_{2d}} f_{des}(x) \cdot q(T)$$

Si on définit.

$$g(x) = \left| \frac{\partial T}{\partial x} \right| - GTX$$

alors

$$f_{mon}(x) = \begin{cases} K_m \cdot g(x) + b_m & \text{si } g(x) > 0 \\ 0 & \text{si } g(x) \leq 0 \end{cases}$$

$$f_{des}(x) = \begin{cases} K_d \cdot g(x) + b_d & \text{si } g(x) > 0 \\ 0 & \text{si } g(x) \leq 0 \end{cases}$$

x_{1m} , x_{2m} sont les limites spatiales correspondant au domaine de température pour lequel la contrainte doit être vérifiée pour le chauffage.

x_{1d} , x_{2d} , même chose pour le refroidissement.

$q(T)$: fonction de pondération de la contrainte définie entre 773 et 923°K.

K_m , b_m , K_d , b_d : coefficients choisis suffisamment grands pour satisfaire les contraintes.

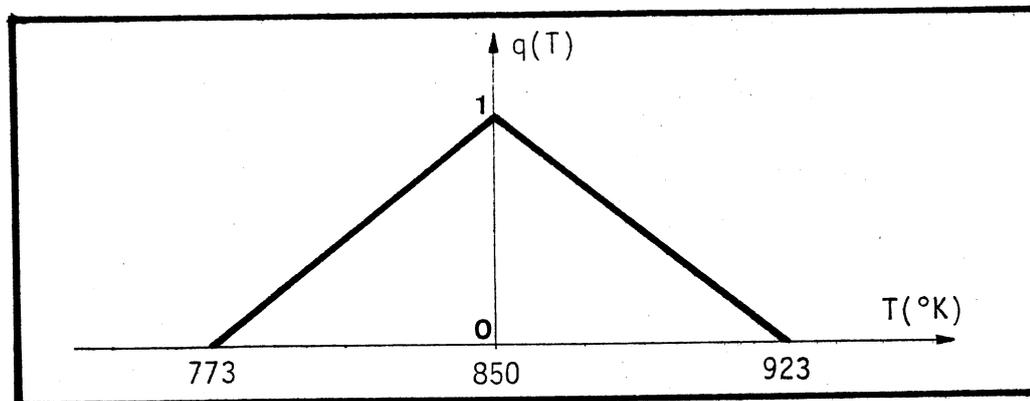


Figure 4.3. - Fonction de pondération $q(T)$

IV.8.2. Fonction de Pénalisation pour le palier de cuisson

Cette contrainte peut être décomposée en deux parties :

- a) Cuire à une température supérieure à 1290°K
- b) Maintenir la cuisson au moins pendant 3 h.

Ces contraintes ne sont pas indépendantes. En effet, la vérification de la contrainte (b) implique la vérification de la contrainte (a), mais l'inverse n'est pas vérifié.

Alors : $P_{cui} = P_{cui1} = P_{cui2}$

où : $P_{cui1} \neq 0$ et $P_{cui2} \neq 0$ si a et b ne sont pas vérifiés.

$P_{cui1} = 0$ et $P_{cui2} \neq 0$ si a est vérifié

$P_{cui1} = 0$ et $P_{cui2} = 0$ si b est vérifié

Une représentation graphique de cette fonction de pénalisation est donnée dans la figure (4.4).

P_{cui1} et P_{cui2} ont les expressions suivantes :

$$P_{cui1} = \begin{cases} 0 & \text{si } T_{cmax} \geq 1290^{\circ}K \\ K_c \cdot (1290 - T_{cmax}) & \text{si } T_{cmax} < 1290^{\circ}K \end{cases}$$

$$P_{cui2} = \begin{cases} 0 & \text{si } t_c \geq 3h \\ \text{si non} & \\ K_c \cdot (3 - t_c) + b_c & \end{cases}$$

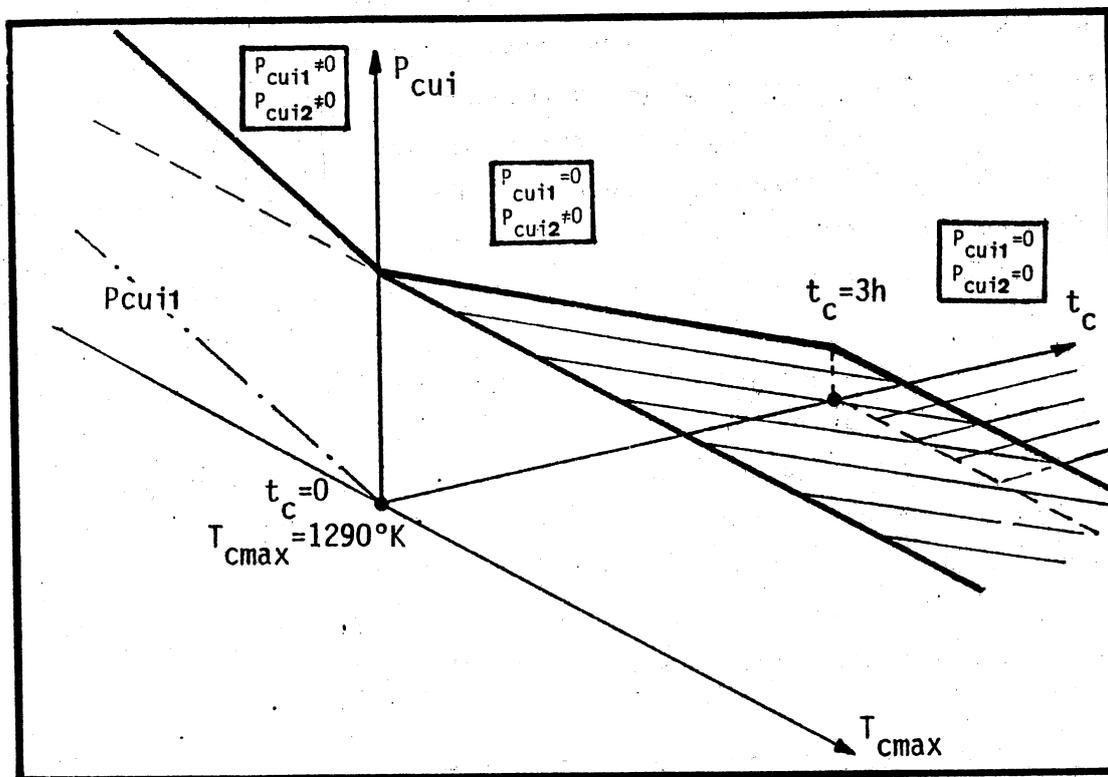


Figure 4.4. - Pénalisation du palier de cuisson P_{cui}

Le nouveau problème d'optimisation s'écrit :

$$\min J^*$$

$$\text{avec } J^* = \sum_{i=1}^{NB} w_i D_{BRi} + P_{mon} + P_{cui} + P_{des}$$

La méthode de minimisation utilisée est celle utilisée pour l'identification : la méthode de POWELL [26] [27].

IV.9. APPLICATION DU FOUR - TUNNEL

Des études précédentes sur l'optimisation de structures d'action effectuée sur un four tunnel de poterie industriel ont conclu que l'adjonction de brûleurs et d'injecteurs d'air supplémentaires ainsi que d'un soutirage d'air permettait d'améliorer le rendement du four [31].

Dans notre cas, ce four possédait déjà toutes ces structures d'action, ce qui laisse à penser que son rendement ne pourrait pas être amélioré de façon appréciable par des études similaires.

Les possibilités qu'offre l'existence de ce grand nombre de commandes, alourdissent aussi considérablement le problème de l'optimisation du fonctionnement et de la régulation [21].

Pour obtenir une structure un peu simplifiée, nous avons voulu voir s'il était possible de réduire le nombre de commandes, en réunissant de façon plus ou moins intuitive des groupes de brûleurs ainsi que les refroidisseurs rapides. La nouvelle structure retenue est montrée dans le tableau (T.5).

Le regroupement a été justifié par l'étude de sensibilité réalisée au chapitre précédent.

Il est clair que cette structure n'est ni unique ni optimale. Cette affirmation ne pourrait être formulée qu'après avoir comparé plusieurs combinaisons.

Ceci est une étude difficile à réaliser du fait de la durée des temps de calcul numérique nécessaire.

Nouveaux groupes de brûleurs	Groupes qui le composent
AF12	AF1, AF2
AF3	AF3
PF1	PF1, PF2
PF3	PF3, PF4
PF5	PF5, PF6
PF7	PF7
RR	RR(1), RR(2), RR(3)
DBSEC	DBSEC
REC	REC

Tableau T.5. Nouvelle structure

Notre choix a été guidé par l'observation des caractéristiques des différents commandes. Nous avons réuni les groupes de brûleurs possédant des caractéristiques physiques similaires.

Par conséquent, le problème de l'optimisation du fonctionnement est posé comme un problème de minimisation d'un critère énergétique avec contraintes. Ces contraintes sont liées à la qualité du produit et aux caractéristiques des brûleurs. Les paramètres à optimiser sont les nouveaux groupes de commandes considérés.

IV.10. RESULTATS

Avant d'énoncer le résultat obtenu, nous remarquons qu'une étude du profil thermique relevé dans la charge, pour une cadence de 30 minutes, ne vérifie pas les contraintes liées à la cuisson. En effet, les gradients temporels de température au "point quartz" sont de 56 et 46°K/h pour le chauffage et le refroidissement. Par contre, la durée du palier de cuisson est excessive : 5,3 heures. Le débit moyen de gaz combustible consommé par le four est de 0.094 kg/s.

Les résultats fournis par l'étude de l'optimisation (figures (4.5) et (4.6) montrent qu'une réduction de la consommation globale du four est possible. La contrainte pour le palier de cuisson est respectée: durée du palier de cuisson : 3,06 heures. La contrainte sur le gradient de température au point quartz est respectée pour le refroidissement. Par contre, pour le chauffage, la valeur du gradient de température au point quartz a été minimisé à 54°K/h. Le débit de gaz combustible global a été réduit à 0.0815 kg/s.

Les nouvelles valeurs pour les débits des brûleurs, refroidisseurs rapides et air secondaire sont données dans le tableau (T.6). Une étude plus poussée, par le choix d'autres structures de commande, pourrait amener une diminution de la consommation énergétique. Malheureusement, il ne nous a pas été possible de le traiter. Cela se justifie par les difficultés et les pertes de temps liées à l'utilisation du système informatique du laboratoire.

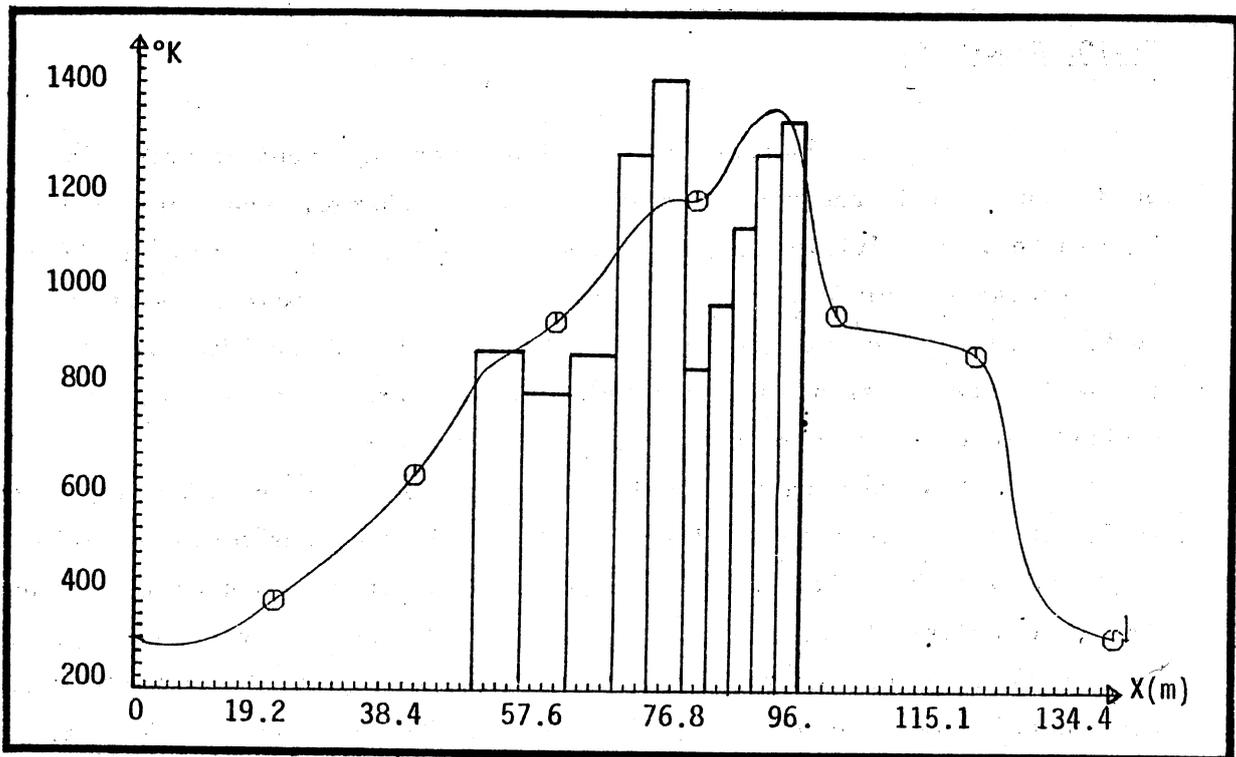


Figure 4.5. Répartition de la chaleur avant optimisation

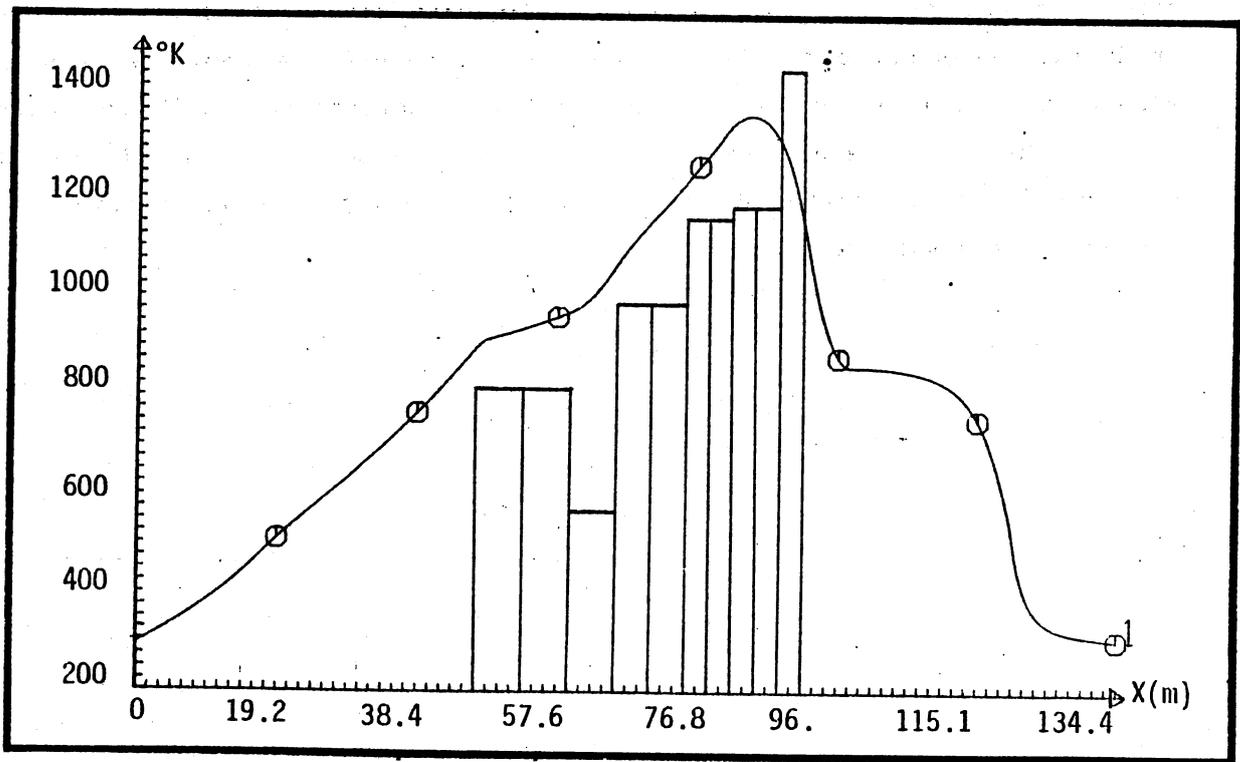


Figure 4.6. Répartition de la chaleur après optimisation

Actionneur	Débit avant optimisation kg/s	Débit après optimisation kg/s
Débit d'air secondaire	11	15
Débit de la R.D.	- 7.5	- 10.65
Débit du gaz sous socle	9.18	9.18
Débit des brûleurs AF1	$2.63 \cdot 10^{-3}$	$2.3 \cdot 10^{-3}$
Débit des brûleurs AF2	$2.3 \cdot 10^{-3}$	$2.3 \cdot 10^{-3}$
Débit des brûleurs AF3	$2.61 \cdot 10^{-3}$	$1.41 \cdot 10^{-3}$
Débit des brûleurs PF1	$4.14 \cdot 10^{-3}$	$3. \cdot 10^{-3}$
Débit des brûleurs PF2	$4.63 \cdot 10^{-3}$	$3. \cdot 10^{-3}$
Débit des brûleurs PF3	$2.49 \cdot 10^{-3}$	$3.68 \cdot 10^{-3}$
Débit des brûleurs PF4	$3. \cdot 10^{-3}$	$3.68 \cdot 10^{-3}$
Débit des brûleurs PF5	$4.608 \cdot 10^{-3}$	$3.75 \cdot 10^{-3}$
Débit des brûleurs PF6	$4.138 \cdot 10^{-3}$	$3.75 \cdot 10^{-3}$
Débit des brûleurs PF7	$4.373 \cdot 10^{-3}$	$4.82 \cdot 10^{-3}$

Tableau T.6. - Nouveau régime de fonctionnement

L'économie réalisée atteint 15%. Les résultats obtenus, basés sur un modèle mathématique, ne peuvent pas être considérés comme une référence absolue. Néanmoins, ils fournissent des orientations intéressantes.

Entre la répartition de la chaleur initiale et la répartition optimale nous remarquons :

- Une augmentation des débits d'air secondaire et de la récupération directe (R.D.). Cette augmentation agit surtout dans la zone du refroidissement.

- Une augmentation des débits de gaz de certains brûleurs de plein feu (PF7, PF4, PF3).

- Une diminution des débits de gaz des brûleurs en avant feu.

IV.11. CONCLUSION

Au cours de ce dernier chapitre, nous nous sommes intéressés à l'identification paramétrique du modèle et à la recherche d'une loi de commande optimale vis à vis d'un critère énergétique.

Les paramètres à identifier étant supposés identifiables, nous avons utilisé la méthode du modèle.

Le vecteur des paramètres à identifier est constitué par les paramètres liés à la plus forte sensibilité de la solution.

Pour résoudre le problème de l'identification, la méthode de POWELL a été utilisée. La méthode nous a semblé très lente du point de vue de la convergence. Toutefois, malgré le problème du temps de calcul, le résultat obtenu nous semble tout à fait satisfaisant.

Après avoir retenu une nouvelle structure plus simple, nous avons résolu le problème de l'optimisation du fonctionnement. Ainsi un nouveau régime nominal, permettant une réduction de la consommation énergétique, a été obtenu. La réduction atteint 15% pour la structure retenue.

Nous précisons que ce résultat est relatif au modèle utilisé dans l'étude. Quantitativement les résultats obtenus ne pourront pas être applicables de façon rigoureuse, dans la mesure où le modèle ne représente pas suffisamment bien le comportement du four. Néanmoins, l'étude qualitative des résultats pourrait permettre de déduire des règles d'action générales.

CONCLUSION GÉNÉRALE

-:-:-

Dans ce mémoire, une partie des travaux théoriques concernant la modélisation et la commande d'un four tunnel de tuilerie a été présentée.

Dans le premier chapitre, nous avons décrit un modèle mathématique, déduit de la considération des bilans énergétiques entre les différents constituants du four pris en considération. Il s'agit essentiellement d'un système d'équations aux dérivées partielles non linéaire.

Pour la résolution numérique de ce système d'équations, nous avons choisi une méthode d'approximation aux différences finies. Nous avons proposé un nouveau schéma de discrétisation, inconditionnellement stable. Il possède l'avantage d'être bien adapté dans son application aux systèmes à contre courant et il est plus simple à utiliser que le schéma proposé par CARLSON.

La forte complexité du modèle nous a amené à considérer des simplifications du modèle initial. L'élimination des transitoires rapides et l'établissement des expressions bilinéaires pour approximer les coefficients de transfert convectifs ont permis l'augmentation du pas de discrétisation temporel dans un rapport de 6000, et par conséquent, une diminution du temps de calcul dans la même proportion.

Ces simplifications ont été justifiées, a posteriori, par une étude de sensibilité de la solution.

Dans le dernier chapitre, nous avons traité le problème de l'optimisation du fonctionnement du four. Cette étude reposant sur la connaissance d'un modèle mathématique, l'applicabilité des résultats dépend de la validité du modèle.

C'est dans ce sens qu'une étude d'identification a été effectuée.

Finalement, une amélioration du rendement thermique a été obtenue. La consommation énergétique a été réduite de 15%.

L'ensemble des travaux montrent la validité du modèle mathématique retenu et les techniques choisies pour mener à bien les études d'identification et d'optimisation. Toutefois, le grand problème auquel nous nous sommes confrontés pour l'utilisation de ce modèle est celui de la durée des calculs numériques. Ceci nous a empêché de considérer, principalement au niveau de l'optimisation du fonctionnement, tous les différents cas que nous aurions souhaités traiter.

Dans ce sens, nous pensons que le problème pourrait être résolu par la considération des deux techniques suivantes :

- 1) L'utilisation de modèles simples du type "boîte noire" qui peuvent être obtenus par application de la méthode GMDH (Group Method of Data Handling). Cette méthode permet l'identification de systèmes complexes non linéaires.
- 2) L'utilisation d'une procédure interactive pour l'optimisation du régime statique du processus. Cette procédure est basée sur l'utilisation d'un modèle de référence simplifié représentant le régime statique. Ainsi dans un premier temps le modèle est identifié. Ensuite, le régime statique optimal est calculé. On applique les nouvelles valeurs des commandes au four et la procédure est renouvelée jusqu'à la minimisation de l'écart existant entre l'état atteint par le processus et la prévision fournie par le modèle de référence obtenu.

Ces deux techniques ont été appliquées par M. OROBENGOA [32] à un processus de fermentation.

Pour notre four, l'application de ces techniques aurait l'avantage principal de réduire la durée des temps de calcul. Cela permettrait une étude approfondie vis à vis de l'obtention des structures de commande réduites; ce qui est impossible avec notre modèle. L'avantage de ces techniques réside aussi dans la possibilité de leur utilisation en temps réel. Par contre, l'inconvénient majeur réside dans la perte de généralité. L'étude de modélisation doit être réalisée pour chaque régime de fonctionnement considéré.

ANNEXE 1

-:-:-

NOTATION ET VALEUR NUMÉRIQUE DES PARAMÈTRES

-:-

Le même symbole pouvant être attribué à plusieurs grandeurs différentes, le contexte donne sans ambiguïté la définition à laquelle il se rapporte.

SYMBOLES ABREGES

A.F.	Avant feu
C.I.	Condition initiale
C.L.	Condition à la limite
E.D.O.	Equation différentielle ordinaire
E.D.P.	Equation aux dérivées partielles
P.F.	Plein feu
R.D.	Récupération directe
R.R.	Refroidisseur rapide

LETTRES LATINES

A(.)	Opérateur différentiel
$\tilde{A}(\cdot)$	L'équivalent de A(.) dans le schéma approché
A_{GT}	Coefficient associé au transfert de chaleur par convection entre la charge et le gaz [w/m ² K]
A_{GU}	Coefficient associé au transfert de chaleur par convection entre les caissettes "u" et le gaz [w/m ² K]

C_G	Chaleur spécifique du courant gazeux circulant à contre-courant [J/kg°K]
C_{GA}, C_{GB}	Coefficients intervenant dans l'expression de C_G .
C_{G1}	Chaleur spécifique de l'air sous socle [J/kg°K]
C_{G1A}, C_{G1B}	Coefficients intervenant dans l'expression de C_{G1} .
C_p	Chaleur spécifique de la paroi [J/kg°K]
$CP0, CP1, CP4$	Coefficients de l'équation de degré 4 de la paroi
C_S	Chaleur spécifique du socle [J/kg°K]
C_T	Chaleur spécifique de la charge [J/kg°K]
C_V	Coefficient intervenant dans le calcul de la vitesse du courant gazeux dans la zone turbulente.
DBSEC	Débit d'air secondaire [kg/s]
DMG	Débit massique du courant gazeux circulant à contre courant [Kg/s]
DMG_o	DMG à la sortie du four [kg/s]
D_{bri}	Débit massique de gaz au brûleur i [kg/s]
D_{rri}	Débit massique d'air au refroidisseur rapide j [kg/s]
D_{Ri}	Débit massique d'air de combustion, au brûleur i [kg/s]
DSS	Débit massique d'air sous socle [kg/s]
D_T	Débit massique de la charge [kg/s]
e	Elément de la matrice M
f	Fonction représentant les contraintes de cuisson
$f_{mon}(X)$ ($f_{des}(X)$)	Evaluation de la pénalisation au chauffage (resp au refroidissement) au point X .
$g(U)$	Formulation mathématique des contraintes sur les commandes
$g(X)$	Ecart entre le gradient temporel de la température de la charge et GT au point X .
g_1, g_2	Fonctions représentant les conditions aux limites du socle
G	Température du courant gazeux circulant à contre courant [°K]
G_A	Température de l'air de combustion (air primaire) [°K]
GM	Mesures expérimentales de la température G [°K]
GT	Gradient temporel maximal de température permis par l'argile au "point quartz"
GTX	Valeur spatiale de GT
G_o	Condition initiale associée à G [°K]

G_1	Condition à la limite associée à G [°K]
G1	Température de l'air sous socle [°K]
$G1_0$	Condition initiale associée à G1 [°K]
$G1_1$	Condition à la limite associée à G1 [°K]
h	Pas de discrétisation de la variable spatiale X [m]
HS	Hauteur du socle [m]
J	Critère d'optimalité
K	Pas de discrétisation de la variable spatiale y [m]
K_m, K_d, K_c	Coefficient de pondération des contraintes de cuisson
L	Longueur du four [m]
L_0	Longueur d'une tuile [m]
L_P	Surface de la paroi par unité de longueur [m^2/m]
L_{PVT}	Surface de la paroi qui voit la charge, par unité de longueur [m^2/m]
L_S	Surface du socle par unité de longueur [m^2/m]
L_{SVP}	Surface du socle qui voit la paroi, par unité de longueur [m^2/m]
L_U	Surface des cazettes "U" par unité de longueur [m^2/m]
L_T	Surface de la charge par unité de longueur [m^2/m]
M	Matrice diagonale contenant les coefficients de la dérivée spatiale des E.D.P. de premier ordre.
M_T, M_G, M_{G1}, M_S	Elements de M correspondants aux équations de la charge, du courant gazeux et du gaz sous socle respectivement.
M_S	Coefficient associé à la dernière spatiale, de l'équation du socle, par rapport à X.
M_1, M_2	Matrices dérivées de la décomposition de M.
$M_3, M_4, (M_5, M_6)$	Matrices dérivées de la décomposition de M_1 (M_2).
N_S	Coefficient associé à la dérivée spatiale, de l'équation du socle, par rapport à y
N_B	Nombre total de brûleurs.
NM	Nombre de mesures expérimentales des températures dans la charge et le socle.
NRR	Nombre de refroidisseurs rapides.
NTH	Nombre de thermocouples placés sous la voûte.
NTX	Nombre de points de discrétisation d'un profil.
NX (NY)	Nombre d'intervalles sur l'axe X (Y).

P	Vecteur de paramètres
P ⁱ	Valeur des paramètres de P à l'itération i
P _{cui}	Pénalisation globale pour le palier de cuisson
P _{mo} , (P _{des})	Pénalisation du gradient dans la zone du "point quartz" en chauffage (en refroidissement)
P	Température de la paroi [°K]
P _o	Condition à la limite de l'.ED.O. associée à P [°K]
Po	Solution analytique de l'équation algébrique de degré 4 associée à P [°K]
[P _{inf} , P _{sup}]	Gamme de température de la paroi P
q	Fonction de pondération de la contrainte de cuisson
Q _{bri}	Chaleur apportée par le brûleur i par unité de temps [J/S]
REC	Débit massique d'air récupéré pour le séchoir [Kg/s]
RH	Rayon hydraulique dans la zone laminaire [m]
RH2	Rayon hydraulique dans la zone turbulente [m]
S	Fonction de valeur numérique comprise entre 0 et 1
S	Température du socle [°K]
S1 (S4)	Température de la surface supérieure (inférieure) du socle [°K]
S ₀	Condition initiale associés à S [°K]
S ₁	Condition à la limite associée à S [°K]
SM	Mesures expérimentales de la température dans le socle [°K]
S _i	Direction de recherche
S _G	Volume du gaz circulant à contre courant par unité de longueur [m ³ /m]
S _T	Volume de la charge par unité de longueur [m ³ /m]
S _P	Volume de la paroi par unité de longueur [m ³ /m]
S _{G1}	Surface ouverte à l'écoulement du gaz dans la zone laminaire [m ²]
S _{G2}	Surface ouverte à l'écoulement du gaz dans la zone turbulente [m ²]
t	Temps [s]
t _c	Durée de cuisson [h]
t _{cuisson}	Durée de cuisson désirée [h]

T	Température de la charge [°K]
T _a	Température ambiante [°K]
T _o	Condition initiale associée à T [°K]
T ₁	Condition à la limite associée à T [°K]
T ₁ , T ₂	Températures définissant la zone autour du point quartz [°K]
TM	Mesures expérimentales de la température T [°K]
T _{cmax}	Température maximale de T [°K]
U _i	Variable de commande
U	Vecteur de commande
U _{imin} , U _{imax}	Bornes associées à la commande
U ₁	Vitesse de l'air sous socle [m/s]
U _T	Vitesse de la charge [m/s]
U _G	Vitesse du courant gazeux circulant à contre courant [m/s]
U _{m,n} ^p	Solution d'une E.D.P. au point (m _h , n _k , p _τ)
V ₁	Vitesse du courant gazeux dans la zone laminaire [m/s]
V _t	Vitesse du courant gazeux dans la zone turbulente [m/s]
V _{m,n} ^p	Solution approchée
w _i	Nouvelles composantes du vecteur d'optimisation
x	Variable spatiale [m]
x _i	Position du brûleur (i) [m]
x _j	Position du refroidisseur rapide j [m]
x _T	Point de récupération pour le séchoir [m]
x _{1m} , x _{2m} (x _{1d} x _{2d})	Limites spatiales correspondant au domaine de températures dans lequel la contrainte de cuisson doit être vérifiée en chauffage (en refroidissement)
y	Variable spatiale
Y _i	Profil de températures i perturbé [°K]
Y _{ic}	Profil de température i non perturbé [°K]

LETTRES GRECQUES

α _{XY}	Coefficient d'échange convectif entre le composant x et le composant y [W/m·°K]
α _{GX} *	Absorptivité du courant gazeux au rayonnement émis par le composant x
α _{GT} *	Absorptivité du courant gazeux au rayonnement émis par la charge dans la zone TSP.(*)
α _{1GT} *	Absorptivité du courant gazeux au rayonnement émis par la charge dans la zone TT(*).

α_{PT}	Coefficient global d'échange paroi - extérieur [W/m ² K]
β_{XY}	Coefficient d'échange radiatif entre X et Y [W/m ² K ⁴]
ϵ	Emissivité de la charge, du socle et de la paroi.
ϵ_G	Emissivité du courant gazeux dans la zone TSP(*)
ϵ_{G1}	Emissivité du courant gazeux dans la zone TT(*)
$\epsilon_{m,n}^p$	Perturbation
ϵ_i	Erreur relative
σ	Constante de BOLTZMANN
λ_S	Conductivité thermique du socle [W/m ² K]
λ_G	Conductivité thermique du courant gazeux circulant à contre courant [W/m ² K]
λ_{G1}	Conductivité thermique de l'air sous socle [W/m ² K]
$\lambda_{G1}, \lambda_{GB}$ ($\lambda_{G1A}, \lambda_{G1B}$) }	Coefficients intervenant dans les expressions de λ_G (λ_{G1})
λ_i	Pas dans la direction de recherche S_i
$\Delta H(x)$	Chaleur de réaction de décarbonatation W/m
$\Delta x, \Delta y$	Pas de discrétisation spatiaux [m]
Δt	Pas de discrétisation temporel [S]
ρ_G	Masse volumique du courant gazeux circulant à contre courant [kg/m ³]
ρ_{G1}	Masse volumique de l'air sous socle [kg/m ³]
ρ_{GA} (ρ_{G1A})	Coefficient intervenant dans l'expression de ρ_G (ρ_{G1})
ρ_P	Masse volumique de la paroi [kg/m ³]
ρ_S	Masse volumique du socle [kg/m ³]
ρ_T	Masse volumique de la charge [kg/m ³]
μ_G	Viscosité du courant gazeux circulant à contre courant [Poiseuille]
μ_{GA} (μ_{G1A})	Coefficient intervenant dans les expressions de μ_G (μ_{G1})
τ	Pas de discrétisation temporel [s]

DONNEES NUMERIQUES

HS = 0.327 m

$L_T = 235.8 \text{ m}^2/\text{m}$

L = 134.4 m

RH = 0.00575 m

(*) zone TSP

Zone où le courant gazeux sépare la charge du socle et de la paroi

zone TT

Zone entre deux tuiles

$$\begin{aligned}
 L_o &= 0.413 \text{ m} \\
 L &= 11.65 \text{ m}^2/\text{m} \\
 L_P &= 7.22 \text{ m}^2/\text{m} \\
 L_{PVT} &= 7.22 \text{ m}^2/\text{m} \\
 L_S &= 7.35 \text{ m}^2/\text{m} \\
 L_{SVP} &= 5.038 \text{ m}^2/\text{m} \\
 L_u &= 86.16 \text{ m}^2/\text{m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_T &= 4.458 \text{ kg/s} \\
 \rho_T S_T &= D_T/U_T \\
 DMG_o &= 11 \text{ kg/s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{GA} &= C_{G1A} = 971 \text{ J/kg}^\circ\text{K} \\
 \lambda_{GA} &= \lambda_{G1A} = 0.0142 \text{ W/m}^\circ\text{K} \\
 \mu_{GA} &= \mu_{G1A} = 0.101 \cdot 10^{-5} \text{ Poiseuille} \cdot (\circ\text{K})^{1/2} \\
 C_T &= 1000 \text{ J/kg}^\circ\text{K} \\
 \lambda_S &= 1.2 \text{ W/m}^\circ\text{K}
 \end{aligned}$$

$$\varepsilon = 0.9$$

$$\begin{aligned}
 T_a &= 293^\circ\text{K} \\
 T_1 &= 773^\circ\text{K}
 \end{aligned}$$

$$GT = 40^\circ\text{K/h}$$

$$NB = 56 \quad ; \quad NRR = 3$$

$$NH = 85 \quad ; \quad NTH = 20 \quad ; \quad NTX = 673$$

$$h = \Delta x = 0.1 \text{ m} \quad ; \quad k = \Delta y = 0.109 \text{ m}$$

$$H(x) = \begin{cases} - 11100 \text{ J/m.s} & 0 \leq x \leq 16 \\ - 33500 \text{ J/m.s} & 48 \leq x \leq 80 \end{cases}$$

Valeurs de α_{PT_a} [6]

$$\begin{aligned}
 RH2 &= 0.4665 \text{ m} \\
 S_G &= 14 \text{ m}^2 \\
 S_1 &= 2.609 \text{ m}^2 \\
 S_{G1} &= 2.62 \text{ m}^2 \\
 S_{G2} &= 3.245 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_T &= 1.6/1800 \text{ m/s} \\
 REC &= - 7.5 \text{ kg/s} \\
 DSS &= 9.18 \text{ kg/s}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{GB} &= C_{G1B} = 0.096 \text{ J/kg} \\
 \lambda_{GB} &= \lambda_{G1B} = 3.22 \times 10^{-5} \text{ W/m} \\
 \rho_{GA} &= \rho_{G1A} = 353 \text{ kg}^\circ\text{K/m}^3 \\
 C_S &= 1000 \text{ J/kg}^\circ\text{K} \\
 S &= 1427 \text{ kg/m}^3
 \end{aligned}$$

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ N/m}^\circ\text{K}$$

$$\begin{aligned}
 G_A &= 373^\circ\text{K} \\
 T_2 &= 923^\circ\text{K}
 \end{aligned}$$

$$t_{\text{cuisson}} = 3h$$

Il s'agit d'un coefficient dépendant uniquement des matériaux dont est constituée la paroi. Les épaisseurs des matériaux étant différentes tout au long du four, les valeurs prises par le coefficient α_{PT_a} sont définies par zones. Soit :

α_{PT_a}	= 10.	pour	$x \in [0, 20.8[$	en mètres
α_{PT_a}	= 7.7914	pour	$x \in [20.8, 27.2[$	
α_{PT_a}	= 7.322	pour	$x \in [27.2, 34.4[$	
α_{PT_a}	= 6.206	pour	$x \in [34.4, 40.8[$	
α_{PT_a}	= 4.895	pour	$x \in [40.8, 47.2[$	
α_{PT_a}	= 4.427	pour	$x \in [47.2, 101.6[$	
α_{PT_a}	= 4.895	pour	$x \in [101.6, 108[$	
α_{PT_a}	= 6.206	pour	$x \in [108, 114.4[$	
α_{PT_a}	= 7.322	pour	$x \in [114.4, 121.6[$	
α_{PT_a}	= 7.7914	pour	$x \in [121.6, 134.4[$	

Expressions des paramètres thermiques des gaz

Ces paramètres correspondent aux propriétés physiques et thermiques des gaz. Leurs expressions sont :

$$\begin{aligned} \lambda_G &= \lambda_{GA} + \lambda_{GB} \cdot G & \lambda_{G1} &= \lambda_{G1A} + \lambda_{G1B} \cdot G1 \\ C_G &= C_{GA} + C_{GB} \cdot G & C_{G1} &= C_{G1A} + C_{G1B} \cdot G1 \\ \rho_G &= \rho_{GA} / G & \rho_{G1} &= \rho_{G1A} / G \\ \mu_G &= \mu_{GA} \cdot \sqrt{G} & \mu_{G1} &= \mu_{G1A} \cdot \sqrt{G1} \end{aligned}$$

Position des actionneurs

Les groupes d'actionneurs sont constitués par :

- des brûleurs
- des injecteurs
- la récupération directe

Ils sont placés dans des endroits ponctuels du four. Ces endroits sont indiqués dans le tableau ci-dessous :

Groupe	Elément d'action	Nombre d'éléments	Position spatiale de chaque élément
AF1	Paire de brûleurs	4	48 m, 49.6 m, 51.2 m, 52.8 m
AF2	"	4	54.4 m, 56 m, 57.6 m, 59.2 m
AF3	"	4	60.8 m, 62.4 m, 64 m, 65.6 m
PF1	"	3	67.2 m, 68.8 m, 70.4 m
PF2	"	3	72 m, 73.6 m, 75.2 m
PF3	"	2	76.8 m, 78.4 m
PF4	"	2	80 m, 81.6 m
PF5	"	2	83.2 m, 84.8 m
PF6	"	2	86.4 m, 88 m
PF7	"	2	89.6 m, 90.2 m
R.R.	Injecteur	3	94.4 m, 96 m, 97.6 m
R.D.	Soutirage	1	120 m

ANNEXE 2

-:-:-

TRANSFORMATION DU MODÈLE

-:-

Pour que les E.D.P. soient plus faciles à manipuler, elles seront transformées en E.D.P. de structure (sauf pour le socle).

$$\frac{\partial X}{\partial t} + M_X \cdot \frac{\partial X}{\partial x} = KK_X$$

- Pour la charge :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_T S_T C_T T) + \frac{\partial}{\partial x} (U_T \rho_T S_T C_T T) = K_T$$

$$K_T = \alpha_{TG} \cdot (G-T) + \beta_{TG} \cdot (G^4 - T^4) + \beta_{TP} \cdot (P^4 - T^4) + \beta_{TS} \cdot (S^4(y=0) - T^4) + \Delta H(x)$$

alors :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + M_T \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = KK_T$$

où :

$$M_T = U_T$$

et puisque $U_T \cdot \rho_T \cdot S_T = D_T$ alors :

$$KK_T = \frac{1}{(D_T/U_T) \cdot C_T} \cdot K_T$$

- Pour le courant gazeux.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_S S_G C_G G) - \frac{\partial}{\partial x} (U_G \cdot \rho_G S_G \cdot C_G \cdot (G - G_A)) = K_G + \sum_{i=1}^{NB} \sigma(x-x_i) Q_{Bri}$$

$$K_G = \alpha_{TG} \cdot (T-G) + \alpha_{PG} \cdot (P-G) + \alpha_{GS} \cdot (S(y=0)-G) + \beta_{TG} \cdot (T^4 - G^4) +$$

$$+ \beta_{PG} \cdot (P^4 - G^4) + \beta_{GS} \cdot (S^4(y=0) - G^4)$$

NB = nombre de brûleurs

Si on pose les expressions :

$$C_G = C_{GA} + C_{GB} \cdot G \quad (C_{G1} = C_{G1A} + C_{G1B} \cdot G1)$$

$$\lambda_G = \lambda_{GA} + \lambda_{GB} \cdot G \quad (\lambda_{G1} = \lambda_{G1A} + \lambda_{G1B} \cdot G1)$$

$$\rho_G = \rho_{GA} / G \quad (\rho_{G1} = \rho_{G1A} / G1)$$

$$\mu_G = \mu_{GA} \cdot \sqrt{G} \quad (\mu_{G1} = \mu_{G1A} \cdot \sqrt{G1})$$

où C_{GA} , C_{GB} , λ_{GA} , λ_{GB} , ρ_{GA} , μ_{GA} , C_{G1A} , C_{G1B} , λ_{G1A} , λ_{G1B} , ρ_{G1A} , μ_{G1A} , sont des constantes.

Nous développons ensuite les termes en dérivée :

$$1) \frac{\partial}{\partial t} (\rho_G S_G C_G G) =$$

$$= S_G \cdot \left[\rho_G \cdot C_G + G \cdot \left(\rho_G \cdot \frac{\partial C_G}{\partial G} + C_G \cdot \frac{\partial \rho_G}{\partial G} \right) \right] \cdot \frac{\partial G}{\partial t}$$

$$= S_G \cdot (\rho_{GA} \cdot C_{GB}) \cdot \frac{\partial G}{\partial t}$$

$$2) - \frac{\partial}{\partial x} (\underbrace{U_G \cdot \rho_G \cdot S_G \cdot C_G}_{DMG} \cdot (G - G_A)) =$$

$$= - DMG \cdot \frac{\partial}{\partial x} (C_G \cdot (G - G_A)) - C_G \cdot (G - G_A) \cdot \frac{\partial}{\partial x} DMG$$

$$= - DMG \cdot \left[C_{GA} + 2 C_{GB} \cdot G - C_{GB} \cdot G_A \right] \cdot \frac{\partial G}{\partial x} + C_G \cdot (G - G_A) \cdot \frac{\partial}{\partial x} DMG$$

Donc, par équivalence avec $\frac{\partial G}{\partial t} - M_G \cdot \frac{\partial G}{\partial x} = KK_G$

$$M_G = \frac{Z_{BG}}{Z_{AG}}$$

$$KK_G = \frac{K_G + D_G}{Z_{AG}}$$

$$Z_{AG} = S_G \cdot \rho_{GA} \cdot C_{GB}$$

$$Z_{BG} = -DMG \cdot [C_{GA} + 2 \cdot C_{GB} \cdot G - C_{GB} \cdot G_A]$$

$$D_G = \sum_{i=1}^{NB} \delta(x-x_i) \cdot Q_{BRi} - C_G \cdot (G-G_A) \cdot \frac{\partial}{\partial x} DMG$$

- Pour le gaz circulant au dessous du socle et par la même procédure :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_{G1} \cdot S_1 \cdot C_{G1} \cdot G1) - \frac{\partial}{\partial x} \underbrace{(U_1 \cdot \rho_{G1} \cdot S_1 \cdot C_{G1} \cdot G1)}_{DSS} = \alpha_{SG1} (S(y=HS) - G1)$$

Soit :

$$\frac{\partial G1}{\partial t} + M_{G1} \cdot \frac{\partial G1}{\partial x} = KK_{G1}$$

où :

$$M_{G1} = \frac{Z_{BG1}}{Z_{AG1}}$$

$$KK_{G1} = \frac{\alpha_{SG1} \cdot (S_{y=HS} - G1)}{Z_{AG1}}$$

$$Z_{AG1} = S_1 \cdot \rho_{G1A} \cdot C_{G1B}$$

$$Z_{BG1} = -DSS \cdot [C_{G1A} + 2 \cdot C_{G1B} \cdot G1]$$

- Pour le socle, le modèle transformé prend la forme :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + M_S \cdot \frac{\partial S}{\partial x} + N_S \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} = 0$$

où :

$$M_S = U_T$$

$$N_S = \frac{\lambda_S}{\rho_S \cdot C_S}$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

-:--:-

- [1] KRAUSE - PAUL - ZOLLNER.
Principes et techniques de cuisson et de construction de fours
céramiques. Tome 4. Septima Paris 1973.
- [2] M. KASSINOPOULOS
Modélisation et commande sous-optimale d'un four d'industrie cérami-
que. Thèse de 3ème cycle n° 2367, Université Paul Sabatier, Toulouse.
- [3] H.O. GARDEIK, R. SHOLZ
Thermal technology for tunnel kiln firing in the ceramic industry.
Ceramic Monographs - Handbook of Ceramics. 1981 Verlag Schmid GmbH
Freiburg i. Brg.
- [4] R. JESCHAR
Bilan énergétique du four tunnel.
Société Française de Céramique, 1963.
- [5] BARRETEAU D.
Thèse d'Etat à paraître. Institut de Génie Chimique.
- [6] DUVERNEUIL
Modélisation de fours-tunnel.
Rapport de stage. Institut de Génie Chimique, 1983 Toulouse.
- [7] J.P. BABARY - A. HARIRI
Digital simulation of a ceramics tunnel furnace using collocation
method. IMACS European Meeting. Digital Techniques in Simulation,
Communication and Control University of Patras (Greece) 1984.

- [8] M. COURDESSES, J.P. BABARY, D. PINGLOT
Approximation en dimension finie des systèmes à paramètres répartis.
Journée d'étude A.F.C.E.T.. La réduction des modèles 15 Mai 1984.
- [9] M. EL BAGDOURI - J. BURGER
Modélisation et résolution numérique du fonctionnement dynamique
d'un réacteur chimique.
Laboratoire d'Automatique de l'E.N.S.M. de Nantes. ERA 134. Rapport
Interne 03.84
- [10] RICHTMYER, R.D., MORTON, K.W.
Difference methods for initial-value problems (2ème ed.). Interscience
tracts in pure and applied mathematics.
- [11] S. GODOUNOV - V. RIABENKI
Schémas aux différences. Editions MIR - Moscou 1973.
- [12] M. SIBONY - J. CL. MARDON
Approximations et équations différentielles; Analyse numérique
II. Herman - Editeur es Sciences et arts, Paris, 1982.
- [13] W.M. ROHSENOW - J.P. MARTINETT
Hand-book of heat transfert. M.C. Graw Hill Book Company 1973.
- [14] J.I. RAMOS
A review of some numerical methods for reaction diffusion equations.
Mathematics and Computers in Simulation XXV (538-548) 1983. Elsevier
Science Publishers B.V. (North-Holland)
- [15] A. LE POURHIET
Résolution numérique des équations aux dérivées partielles.
Policopies de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et
de l'Espace (SUP'AERO) Toulouse.
- [16] R.C. CAMPBELL, B. KAPLAN, A.H. MOORE
A numerical comparison of the Crandall and the Crank-Nicholson
implicit methods for solving a diffusion equation. Journal of HEAT
TRANSFER. Transactions of the ASME. Series C, August 1966.
- [17] A. HARIRI, J.P. BABARY
Commande en boucle ouverte adaptée de fours-tunnels à contre courant.
Congrès d'Automatique A.F.C.E.T 1985 Toulouse.

- [18] Ahmed BENHAMMOU
Identification et commande optimale d'un réacteur d'épitaxie en phase liquide.
Thèse de 3ème cycle n° 2271. Université Paul Sabatier Toulouse, Octobre 1979.
- [19] CHAPTAL Michel
Modélisation et commande d'un séchoir solaire. Thèse de 3ème cycle n° 2696 Université Paul Sabatier, Toulouse, Octobre 1982.
- [20] Jorge Lopes de SOUZA LEO
Commande numérique du profil thermique spatio-temporel d'un réacteur d'épitaxie en phase liquide. Thèse de 3ème Cycle, n° 838, Université Paul Sabatier Toulouse, Juin 1983.
- [21] HARIRI Assad
Modélisation et commande optimale de processus hyperboliques. Application aux processus thermiques à contre courant. Thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier, Toulouse, 1985.
- [22] Jacky MOURAULT
Sur l'identification d'un processus de diffusion assistée par implantation de protons.
Thèse de Docteur-Ingénieur de l'Université Paul Sabatier, Toulouse, 1981.
- [23] M. AMOUROUX, J. BURGER, J.P. BABARY, M. COURDESSES, J.H. HUMEAU
Estimation dans les systèmes à paramètres répartis. Publication n° 2904 L.A.A.S., Octobre 1983.
- [24] GUILLES ZWINGELSTEIN
Panorama des méthodes d'identification de processus.
1. Les méthodes non paramétriques.
Le Nouvel Automatisme, Octobre 1984.
- [25] GUILLES ZWINGELSTEIN
Panorama des méthodes d'identification de processus.
2. Les méthodes paramétriques.
Le Nouvel Automatisme. Novembre - Décembre 1984.

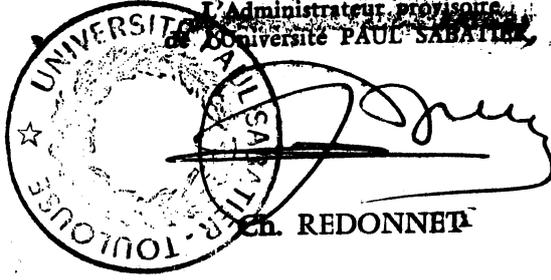
- [26] S.S. RAO
Optimization, theory and applications.
Wiley Eastern Limited. New-Dehli, India, 1978.
- [27] M.J.D. POWELL
An efficient method of finding the minimum of a function of several variables without calculating derivatives. Computer Journal, vol. 7, n° 2, pp. 155, 1964.
- [28] A. GUILLES, Y. CHERRUAULT
L'obtention de tous les minima des fonctions de plusieurs variables et du minimum absolu.
Electronique, Techniques et Industries, n° 24, 1er octobre 1985.
- [29] M. AMOUROUX
Programmation linéaire, non linéaire et applications. Université Paul Sabatier, Toulouse.
- [30] JAMES L. KUESTER, JOE H. MIZE
Optimization techniques with fortran. Mc Graw-Hill book Company.
- [31] Haïsam EL HAJJAR
Contrôle et conduite numériques d'un four-tunnel d'industrie céramique
Thèse de Docteur-Ingénieur de l'Université Paul Sabatier, Toulouse, 1983.
- [32] M.A. OROBENGOA ORTUBAY
Optimisation et conduite numérique d'un processus continu de fermentation à alimentation répartie. Thèse de 3ème cycle de l'Université Paul Sabatier, Toulouse, 1985.
- [33] M. METZGER, J.P. BABARY
Sur la modélisation et la simulation des fours-tunnels dans l'industrie céramique.
Revue Marocaine d'Automatique, d'Informatique et de Traitement du Signal, vol. 1, n° 5, Juin 1985.
- [34] M. METZGER
Simplified mathematical model of the rotary kiln unit dynamical properties. 3ème symposium : commande des systèmes à paramètres répartis (IFAC - AFCET), Toulouse, 29 Juin - 2 Juillet 1982.

- [35] L. TRIBUS
Optimal control multisectional tunnel furnaces.
3ème symposium : commande des systèmes à paramètres répartis (IFAC - AFCET). Toulouse, 29 Juin - 2 Juillet 1982.
- [36] D. FRANKE
Eigenvalue estimation by means of GERSHGORIN disks for infinite - d dimensional linear feedback control systems.
3ème Symposium : commande des systèmes à paramètres répartis (IFAC - AFCET). Toulouse, 29 Juin 2 Juillet 1982.

Autorisation de Soutenance accordée

TOULOUSE, le 10 DEC. 1985

L'Administrateur provisoire
de l'Université PAUL SABATIER



Ch. REDONNET

Thèse de Monsieur ECHEVERRIA Ander

"Identification et optimisation d'un four tunnel d'industrie céramique"

RESUME

Le processus thermique à contre courant présenté dans ce mémoire est modélisé par un système d'équations aux dérivées partielles non linéaire. Nous présentons une méthode numérique de résolution de ces équations. Après avoir simplifié ce modèle, nous procédons à une identification paramétrique, ceci étant fait à partir des mesures effectuées sur le processus. Nous exposons à la fin une étude d'optimisation. L'objectif est la détermination des conditions opératoires optimales par rapport à un critère énergétique, en tenant compte des contraintes physiques sur le processus et de la qualité du produit.

MOTS CLES : Systèmes à paramètres répartis, Approximation, Identification, Optimisation

"Identification and optimization of a tunnel kiln in the ceramic industry"

ABSTRACT

The countercurrent thermal process presented in this thesis is governed by a set of non linear partial differential equations. A numerical method is presented for solving these equations. Then, after some simplifications of the model, we proceed with a parametric identification; this work has carried out with the experimental data collected on the process plant. We finally expose an optimization study in order to define the optimal operating conditions with respect to an energetic function taking into account the physical constraints and product quality constraints.

KEY WORDS : Distributed parameter systems, Approximation, Identification, Optimization.